

# Síntesis de Prensiones para Objetos Tridimensionales Complejos

Máximo A. ROA<sup>1,\*</sup>, and Raúl SUAREZ<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales (IOC)  
Universidad Politécnica de Cataluña (UPC)  
Correo electrónico: (maximo.roa<sup>1</sup>,raul.suarez<sup>2</sup>)@upc.edu

**Abstract**—Este artículo resume primeramente el estado del arte en el estudio de síntesis de prensiones de precisión para objetos tridimensionales complejos, descritos mediante superficies suaves y continuas, mediante mallas triangulares o mediante un conjunto de puntos discretos sobre la superficie del objeto. Se presenta después una visión preliminar del trabajo que se desarrolla actualmente en el IOC en este campo, y finalmente se mencionan los trabajos futuros en el área.

**Index Terms**— Planificación de prensiones, prensiones tridimensionales, manos robóticas.

## I. INTRODUCCIÓN

Las manos robóticas son una herramienta flexible y poderosa que puede dotar a los robots industriales y de servicio con una alta capacidad de manipulación de objetos. Para realizar prensiones y manipulaciones de objetos en ambientes reales, se requiere de una planificación apropiada de la prensión que conlleve a la ejecución exitosa de la tarea.

La planificación de la prensión busca seleccionar los puntos de contacto de los dedos sobre el objeto de forma que se cumpla alguna propiedad básica en la prensión. Las propiedades básicas que aseguran la inmovilidad del objeto frente a perturbaciones externas son el cierre de forma (*form-closure*), cuando la posición de los dedos asegura la inmovilidad del objeto, y el cierre de fuerza (*force-closure*), cuando son las fuerzas aplicadas por los dedos las que aseguran la inmovilidad del objeto [1]. La propiedad usada depende en gran medida del campo de aplicación: el cierre de forma es usado cuando la tarea requiere una prensión robusta que no dependa de la fricción, por ejemplo la fijación (*fixture*) de objetos para inspección o manufactura, mientras que el cierre de fuerza es usado especialmente en la prensión y manipulación de objetos con un bajo número de contactos con fricción, usando por ejemplo pinzas o manos mecánicas.

La síntesis de prensiones se puede lograr a través

\*Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica - Universidad Nacional de Colombia; actualmente en el IOC-UPC, financiado por el Programa Alβan (Programa de la Unión Europea de Becas de Alto Nivel para América Latina), Beca No. E04D039103CO.

Este trabajo fue parcialmente financiado por los proyectos CICYT DPI2004-03104 y DPI2005-00112.

de dos aproximaciones básicas: empíricas o analíticas. Las aproximaciones empíricas (basadas en conocimiento) imitan la prensión humana usando heurísticas (algoritmos constructivos) para seleccionar una forma de prensión a partir de un conjunto de formas de la mano, que dependen de la tarea a realizar y la geometría del objeto [2]. Para ello, se emplean herramientas como lógica difusa [3], redes neuronales [4] o sistemas basados en conocimiento [5], [6]. Por otra parte, las aproximaciones analíticas determinan la localización de los contactos sobre el objeto y la configuración de la mano a través de formulaciones cinemáticas y dinámicas, generalmente optimizando alguna función objetivo como la estabilidad de la prensión o la resistencia ante perturbaciones externas.

Se han desarrollado diferentes algoritmos para planificación analítica de prensiones de precisión (prensiones formadas por un conjunto de contactos puntuales sobre la superficie del objeto) con diferente número de dedos y satisfaciendo las propiedades de cierre de forma o de fuerza en objetos bidimensionales poligonales [7] o no poligonales [8], y en objetos tridimensionales poliédricos [9], [10]. Sin embargo, el desarrollo de algoritmos para síntesis de prensiones en objetos tridimensionales reales y complejos es aún un área activa de investigación, debido principalmente a la geometría complicada y a la alta dimensión del espacio de prensiones. Así, para representar un punto de prensión de un dedo sobre la superficie de un objeto se necesitan dos coordenadas sobre la superficie; por tanto, el problema de calcular una prensión con cierre de fuerza implica en general encontrar una solución en un espacio de dimensión igual o mayor a  $2n$ , siendo  $n$  el número de contactos.

En este artículo se abordan las aproximaciones analíticas para síntesis de prensiones de precisión en objetos tridimensionales complejos. La Sección II resume los principales conceptos previos usados en este trabajo para el estudio de la síntesis de prensiones. La Sección III presenta el estado del arte en síntesis de prensiones para objetos descritos mediante aproximaciones continuas a la superficie del objeto, mientras que la Sección IV aborda los trabajos que emplean una aproximación a la superficie del objeto mediante nubes de puntos. La Sección V

TABLE I  
COTAS MÍNIMAS EN EL NÚMERO DE DEDOS REQUERIDO PARA EFECTUAR LA PRENSIÓN DE UN OBJETO.

Objeto	Tipo de objeto	CPSF	CPCF	CB
Bidimensional	Excepcional	np	3	3
	No excepcional	4	3	3
Tridimensional	Excepcional	np	4	4
	No excepcional	7	4	4

np: no posible

presenta una visión preliminar del trabajo que se realiza actualmente en el IOC en este campo. Finalmente, la Sección VI presenta las conclusiones del trabajo y resume los retos y trabajos futuros en el área.

## II. CONCEPTOS PREVIOS

### A. Número de dedos

El número de dedos requerido para lograr el cierre de fuerza está ligado al tipo de contacto considerado entre la punta del dedo y el objeto. Los contactos básicos son de tres tipos: contacto puntual sin fricción (CPSF), contacto puntual con fricción (CPCF) o contacto blando (CB). Inicialmente se estudiaron las prensiones logradas mediante contactos sin fricción, denominadas prensiones positivas [11], y para ellas se determinó que 4 y 7 dedos son suficientes para lograr prensiones con cierre de fuerza en 2D y 3D, respectivamente, siempre y cuando los objetos no sean excepcionales. En el caso de objetos excepcionales, por ejemplo objetos con simetrías rotacionales, no es posible obtener prensiones con cierre de fuerza usando solamente contactos sin fricción. Las prensiones para contactos con y sin fricción se han estudiado también mediante argumentos geométricos [12]. Así, en el caso de los contactos con fricción (CPCF y CB) son necesarios y suficientes tres y cuatro dedos para obtener prensiones con cierre de fuerza en 2D y 3D, respectivamente. La Tabla I resume las cotas obtenidas en el número mínimo de dedos para obtener prensiones con cierre de fuerza en objetos bi y tridimensionales.

### B. Fuerzas generalizadas

Considérese un sistema coordenado localizado en el centro de masa (*CM*) del objeto para describir las posiciones  $\mathbf{p}$  de los puntos de contacto y las fuerzas aplicadas sobre el objeto. Una fuerza  $\mathbf{f}_i$  aplicada en el objeto en el punto  $\mathbf{p}_i$  genera un torque  $\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{p}_i \times \mathbf{f}_i$  con respecto a *CM*. La fuerza y el torque se agrupan en un vector de fuerzas generalizadas (*wrench vector*)  $\boldsymbol{\omega}_i = (\mathbf{f}_i, \lambda \boldsymbol{\tau}_i)^T$ , siendo  $\lambda$  una constante que define la métrica del espacio de fuerzas generalizadas. Para conseguir un espacio isótropo en términos de energía,  $\lambda$  se selecciona igual al

radio de giro del objeto; sin embargo, muchos enfoques son independientes del valor de  $\lambda$ , y consideran simplemente  $\lambda = 1$ .

## III. PRENSIONES DE OBJETOS APROXIMADOS MEDIANTE SUPERFICIES CONTINUAS

El estudio de síntesis de prensiones para objetos tridimensionales se realizó inicialmente en objetos poliédricos; los algoritmos así desarrollados son eficientes cuando el número de caras del objeto es bajo. Sin embargo, para objetos tridimensionales complejos se requiere el uso de otras técnicas para la síntesis de prensiones debido a la alta complejidad geométrica de los modelos, usualmente obtenidos a partir de un sistema CAD o a través de sensores, por ejemplo cámaras láser o de video. Para realizar síntesis de prensiones sobre estos objetos, la superficie del objeto se modela principalmente con superficies curvas o mallas triangulares, o se describe mediante una nube de puntos discretos. En esta Sección se revisan los algoritmos desarrollados para la síntesis de prensiones en objetos aproximados mediante superficies continuas, y la siguiente Sección analiza los algoritmos para prensiones de objetos descritos con nubes de puntos.

Chen y Burdick [13] han considerado la prensión de objetos de forma arbitraria (convexa y no convexa) y suave mediante dos dedos y contactos blandos. La prensión puede ser de carácter compresivo o expansivo para objetos no convexos; en objetos convexos sólo se pueden aplicar prensiones compresivas. Los objetos tridimensionales son modelados mediante superficies de producto esférico (*spherical product surfaces*), una técnica usada para representar superficies de objetos tridimensionales tomando como base curvas 2D, que corresponden bien a curvas trigonométricas parametrizadas o a B-splines. Por ejemplo, los superelipsoides genéricos (una clase particular de superficie supercuádrica) son definidos con el siguiente producto esférico:

$$\begin{aligned}
 s(u, v) &= \begin{pmatrix} \cos^{\epsilon_1} u \\ a_3 \sin^{\epsilon_1} u \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} a_1 \cos^{\epsilon_2} v \\ a_2 \sin^{\epsilon_2} v \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} a_1 \cos^{\epsilon_1} u \cos^{\epsilon_2} v \\ a_2 \cos^{\epsilon_1} u \sin^{\epsilon_2} v \\ a_3 \sin^{\epsilon_1} u \end{pmatrix} \quad (1)
 \end{aligned}$$

con  $-\pi/2 \leq u \leq \pi/2$ ,  $-\pi \leq v \leq \pi$ , en donde hay cinco parámetros que definen la forma y tamaño del superelipsoide:  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  son los parámetros de deformación, que controlan la forma de la primitiva, y  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$  definen el tamaño primitivo en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente.

La presión de un objeto tridimensional mediante dos dedos con contacto blando tiene cierre de fuerza si y sólo si la línea que conecta los puntos  $p_1$  y  $p_2$  yace estrictamente dentro de los dos conos internos (presión compresiva) o los dos conos externos de fricción (presión expansiva) [14]; estas condiciones se satisfacen tomando dos puntos antipodales. Los mejores puntos de presión se obtienen al maximizar la distancia entre los dos puntos de contacto sobre el objeto.

Para más de dos puntos de contacto se ha propuesto la generación heurística de presiones. Por ejemplo, Fischer y Hirzinger [15] presentan una heurística sencilla para generar presiones de tres dedos con cierre de fuerza. Dentro de la caja englobante (*bounding box*) del objeto se genera un sistema coordinado con origen y orientación arbitraria. Desde el origen del sistema coordinado se emiten tres rayos en direcciones predefinidas para generar una presión candidata que tendrá cierre de fuerza. Si los tres rayos generan puntos de intersección con la superficie del objeto, el conjunto de estos puntos se acepta como una presión candidata. Las presiones candidatas se filtran mediante criterios que buscan eliminar presiones que no son físicamente realizables, descartando presiones en donde: a) hay puntos de presión cercanos a superficies de soporte, b) los puntos de presión estén separados a una distancia mayor que la distancia máxima a la que la mano puede separar sus dedos, o c) existan colisiones entre la mano y el ambiente. Las presiones que superan los filtros anteriores se ordenan de acuerdo a una medida de calidad, y el algoritmo finalmente retorna la presión con la mejor calidad posible dentro del grupo de presiones candidatas iniciales. Borst et al. [16] extienden este trabajo para presiones con 4 dedos, para lo cual se modifica la heurística utilizada, aunque se basa en la misma idea de buscar los puntos de contacto mediante rayos dirigidos en direcciones establecidas de antemano.

Se han presentado algunos algoritmos de aplicación genérica, esto es, que pueden calcular presiones para cualquier objeto tridimensional con superficies curvas suaves y con cualquier número  $n$  de contactos. Zhu y Wang [17] presentan un algoritmo para la síntesis de

presiones de objetos descritos con superficies suaves a trozos, basado en la optimización de una medida de calidad denominada la distancia (norma)  $Q$ . Esta medida cuantifica la mayor fuerza generalizada que se puede resistir en un conjunto de direcciones preestablecido, dado por un conjunto compacto convexo  $Q$ . Las restricciones usadas para resolver el problema de minimización surgen al establecer de antemano las superficies del objeto sobre las cuales deben estar ubicados los dedos. En un trabajo posterior [18] se generaliza la distancia  $Q$  para crear una prueba numérica más eficiente que permite determinar si una presión tiene cierre de fuerza, y que además permite calcular presiones óptimas; el desarrollo detallado de la prueba se encuentra en [19].

Muchos de los algoritmos para objetos poliédricos o con superficies continuas generan presiones suponiendo que las caras sobre las que se van a colocar los dedos están seleccionadas previamente; sin embargo, pocos trabajos se han enfocado en la selección de las caras apropiadas para lograr la presión. Además, una técnica ampliamente usada para representar un objeto arbitrario es la aproximación de su superficie externa mediante una malla triangular de cientos de caras (especialmente cuando la información del objeto proviene de cámaras o escaners láser); puesto que el costo computacional de los algoritmos depende del número de caras que describen el objeto, es de esperarse que los algoritmos planteados requieran mucho tiempo para obtener una presión apropiada. Borst et al. [20] sostienen que un algoritmo de generación aleatoria de presiones puede ser rápido y apropiado para planear presiones *online* destinadas a aplicaciones reales, logrando presiones que si bien no son óptimas, son buenas y rápidas de calcular. El algoritmo propuesto genera presiones candidatas seleccionando aleatoriamente conjuntos de contactos sobre la superficie del objeto. Las candidatas son prefiltradas para descartar aquellas para las que se puede encontrar fácilmente una fuerza externa que no puede ser resistida por la presión. Dentro de las candidatas que superan el prefiltro se escogen las que cumplen con la condición de cierre de fuerza, y se calcula la calidad de la presión mediante el índice de calidad de la "bola máxima" [21], que cuantifica la mayor fuerza generalizada que la presión puede resistir, independientemente de la dirección de aplicación de la fuerza. Finalmente se selecciona la presión con el mejor índice de calidad. Borst et al. [20] calculan presiones para 3, 4 y 5 dedos, e intentan demostrar que las presiones generadas obtienen una calidad comparable con las presiones que generaría un humano sobre los mismos objetos. La complejidad del algoritmo planteado depende solamente de la forma del objeto, y no del número de caras que compongan su superficie.

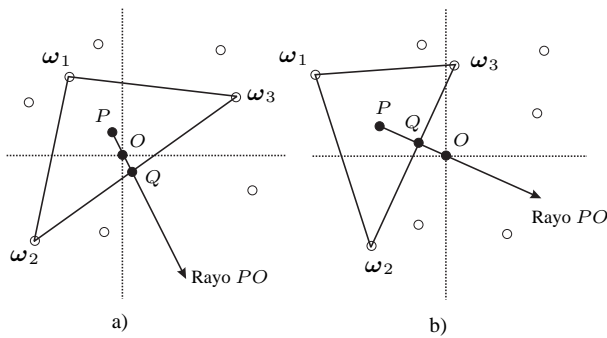


Fig. 1. Verificación del cierre de fuerza: a) Presión con cierre de fuerza b) Presión sin cierre de fuerza.

#### IV. PRENSIONES DE OBJETOS DISCRETIZADOS

En la Sección anterior se han revisado diferentes algoritmos para síntesis de prensiones en objetos descritos mediante superficies curvas suaves; sin embargo, para aplicar estos algoritmos a objetos reales se requiere la parametrización de la superficie del objeto, que usualmente no se puede realizar de forma sencilla. Otra opción de representación de los objetos complejos es describir su superficie mediante mallas triangulares; sin embargo, la aplicación de los algoritmos de síntesis de prensiones en objetos poliédricos a estos objetos presenta un elevado costo computacional, como se ha expuesto previamente. Para eludir este problema, la superficie del objeto tridimensional es muestreada, generando un conjunto de puntos sobre la superficie, que se almacenan con su correspondiente dirección normal. Esta aproximación permite la aplicación de algoritmos de síntesis de prensiones a objetos de forma arbitraria, suponiendo que el número de puntos empleado es suficiente para describir con precisión la superficie del objeto. Una primera aproximación para lograr una prensión con cierre de fuerza en un objeto discretizado consiste en realizar una búsqueda exhaustiva de conjuntos de puntos que cumplan las condiciones del cierre de fuerza usando todas las posibles combinaciones de puntos. Evidentemente la complejidad de dicho algoritmo es muy alta:  $O(N^n)$ , siendo  $N$  el número de puntos sobre la superficie del objeto y  $n$  el número de contactos. Para reducir esta complejidad, se han propuesto diferentes algoritmos para realizar una búsqueda orientada de prensiones con cierre de fuerza dentro del conjunto de puntos discretos.

Ding et al. [22] proponen un algoritmo para lograr una prensión con cierre de fuerza mediante siete contactos sin fricción. La superficie del objeto está descrita mediante un gran conjunto  $\Omega$  de puntos  $p_i$  con sus respectivas normales  $n_i$ . A partir de ellos se tiene un conjunto de fuerzas generalizadas de contacto  $\omega_i$ , dadas por

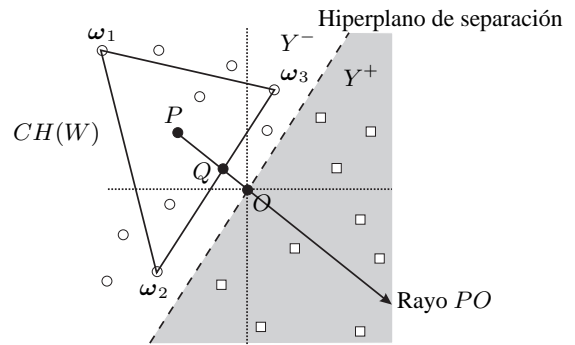


Fig. 2. Conjuntos de fuerzas generalizadas para prensión con cierre de forma mediante 7 dedos.

$$\omega_i = \begin{pmatrix} n_i \\ p_i \times n_i \end{pmatrix} \quad (2)$$

El algoritmo selecciona inicialmente de forma aleatoria siete puntos de contacto; si las fuerzas generalizadas  $\omega_i$  correspondientes forman una prensión con cierre de fuerza, el algoritmo termina; de lo contrario, los puntos iniciales se van cambiando con otros puntos candidatos hasta lograr la prensión con cierre de fuerza. La verificación del cierre de fuerza se logra mediante la prueba desarrollada en [23]; para ello se utiliza un punto  $P$  interior al casco convexo (*convex hull*) de las fuerzas generalizadas primitivas,  $CH(W)$ ; al trazar el rayo  $PO$  en dirección al origen  $O$  del espacio de fuerzas generalizadas, se obtiene el punto de intersección  $Q$  con el casco convexo (Fig. 1). La prensión tiene cierre de fuerza si la distancia  $PQ$  es estrictamente mayor que la distancia  $PO$ . Para la implementación del algoritmo, el punto  $P$  se toma como el centroide de las fuerzas generalizadas correspondientes a los puntos de prensión considerados.

El procedimiento de intercambio de puntos de contacto se realiza en dos fases. Primero, las fuerzas generalizadas se clasifican en dos grupos de acuerdo a sus localizaciones relativas respecto a un hiperplano de separación; este hiperplano se construye paralelo a la cara de  $CH(W)$  que contiene al punto  $Q$ , pero pasando por el origen  $O$  (Fig. 2). En la segunda fase se selecciona aleatoriamente una fuerza generalizada  $\omega_k$  del conjunto  $Y^+$ , y se verifica la nueva distancia  $PO$  en 7 casos, que surgen al reemplazar cada una de las fuerzas generalizadas del conjunto inicial por  $\omega_k$ . El algoritmo selecciona el reemplazo que conduce a la mínima distancia  $PO$ . Puede ocurrir que la mínima distancia  $PO$  obtenida con la nueva fuerza  $\omega_k$  sea mayor que en el paso anterior (el casco convexo se aleja del origen, en lugar de acercarse); en ese caso, se prueba con otra fuerza del conjunto  $Y^+$  hasta que se obtenga alguna con la que  $PO$  disminuya respecto al paso anterior. Si esto no ocurre, el algoritmo se encuentra en un mínimo local; en este caso, el algoritmo vuelve a seleccionar 7 fuerzas

generalizadas iniciales y reinicia el proceso hasta lograr que el casco convexo contenga al origen, esto es, hasta obtener una presión con cierre de fuerza.

Liu et al. [24] extienden el algoritmo heurístico anterior para encontrar una presión con cierre de fuerza con cualquier número de contactos con o sin fricción. Inicialmente se parte de una presión seleccionada aleatoriamente del conjunto de puntos dados. Si la presión no tiene cierre de fuerza, el algoritmo mueve iterativamente los puntos de contacto para acortar la distancia entre el casco convexo y el origen del espacio de fuerzas generalizadas; en este caso, a diferencia del anterior algoritmo, se considera que cada punto está conectado con 4 puntos vecinos, y en cada iteración se analizan todos los posibles movimientos de cada dedo para determinar el movimiento que logra el mayor decrecimiento en la distancia  $PO$ . El algoritmo prosigue hasta encontrar una solución o hasta encontrar un mínimo local. Al encontrar un mínimo local, el hiperplano de separación permite dividir el conjunto total  $\Omega$  de puntos del objeto en tres subconjuntos que facilitan la búsqueda de la presión deseada, al eliminar puntos que no conducirían a una solución. Los subconjuntos son:

$$\Omega(Y^-) = \{p_i \in \Omega | \omega_{ij} \in Y^-, \text{ para todo } j = 1, 2, \dots, m\} \quad (3)$$

$$\Omega(Y^+) = \{p_i \in \Omega | \omega_{ij} \in Y^+, \text{ para todo } j = 1, 2, \dots, m\} \quad (4)$$

$$\Omega(Y^0) = \{p_i \in \Omega | p_i \notin \Omega(Y^-), p_i \notin \Omega(Y^+)\} \quad (5)$$

en donde  $\omega_{ij}$  denota las fuerzas generalizadas primitivas de contacto ( $m$  por cada dedo, suponiendo que cada cono de fricción se ha aproximado por una pirámide de  $m$  lados);  $\Omega(Y^-)$  y  $\Omega(Y^+)$  denotan los subconjuntos de puntos de contacto cuyas  $m$  fuerzas generalizadas primitivas están todas localizadas en los semiespacios  $Y^-$  y  $Y^+$ , respectivamente, y  $\Omega(Y^0)$  denota el subconjunto de puntos de contacto cuyas  $m$  fuerzas generalizadas primitivas están distribuidas a ambos lados del hiperplano de separación. Nótese que en una presión con CPSF el conjunto  $\Omega(Y^0)$  no se contempla, pues cada punto de contacto genera una sola fuerza generalizada primitiva; esto simplifica la búsqueda posterior de la presión deseada.

En una presión con cierre de fuerza, los  $n$  puntos de presión no pueden estar todos en el subconjunto  $\Omega(Y^+)$  o en  $\Omega(Y^-)$ , pero si en combinaciones de ellos; por ejemplo, una presión con cierre de fuerza mediante 3 dedos puede lograrse si dos de ellos pertenecen a  $\Omega(Y^-)$  y uno a  $\Omega(Y^+)$ . Esto origina una división del problema en el conjunto original de puntos en diferentes subproblemas, dependiendo de las combinaciones para seleccionar los puntos de contacto de los subconjuntos dados. Las posibles combinaciones son:

- $\Omega(Y^-)$ ,  $\Omega(Y^+)$  y  $\Omega(Y^0)$
- $\Omega(Y^-)$  y  $\Omega(Y^+)$  solamente
- $\Omega(Y^-)$  y  $\Omega(Y^0)$  solamente
- $\Omega(Y^+)$  y  $\Omega(Y^0)$  solamente
- $\Omega(Y^0)$  solamente

La búsqueda de la presión con cierre de fuerza se realiza mediante un árbol de búsqueda, cuyo nodo raíz es el problema original y sus nodos hijos son los subproblemas previamente definidos, esto es, se buscan presiones dentro de las anteriores combinaciones de subconjuntos. El proceso se ejecuta recursivamente hasta que se encuentre una presión con cierre de fuerza, o hasta que todos los nodos hayan sido explorados. El algoritmo planteado es un algoritmo completo en el sentido que encuentra una solución, si existe, o reporta que no existe solución. Sin embargo, no encontrar una solución en el dominio discreto no implica que no exista una presión con cierre de fuerza en la superficie continua del objeto. La presión obtenida con este método no asegura ninguna optimalidad.

Niparnan y Sudsang desarrollaron una heurística para generar presiones concurrentes con cuatro puntos de contacto [25]. Su objetivo es generar un gran conjunto de presiones con cierre de fuerza, de forma que se pueda implementar posteriormente una fase de selección de una presión óptima en base a una medida de calidad apropiada para la tarea deseada, o para que las presiones generadas se puedan utilizar en planificación de presiones sucesivas (*regrasp planning*) o manipulación de objetos. La verificación del cierre de fuerza con cuatro puntos de contacto no coplanares se basa en la siguiente condición necesaria y suficiente: P1) deben existir cuatro líneas en los correspondientes conos de fricción dobles que se intersecten en un solo punto; P2) los vectores paralelos a esas líneas que yacen en los conos internos de fricción en los puntos de contacto deben expandir positivamente  $\mathfrak{R}^3$ .

Para evitar considerar todas las posibles combinaciones de 4 puntos sobre el objeto se realiza una búsqueda orientada de conjuntos de puntos que cumplen con la condición P1, y con esos conjuntos de puntos se realiza la prueba de la condición P2 para hallar las presiones con cierre de fuerza. El algoritmo emplea los siguientes pasos:

- El volumen del objeto se discretiza en voxels (pixels cúbicos)  $C_j$ . Para cada voxel se busca un conjunto de puntos  $T_j$  tal que la normal correspondiente a esos puntos intersecta el voxel  $C_j$ .
- La búsqueda de presiones prosigue para los voxels intersectados al menos por cuatro ejes de conos de fricción (vectores normales), esto es, para los  $T_j$  con al menos cuatro miembros, ya que es más probable que en ellos existan un punto de intersección de 4

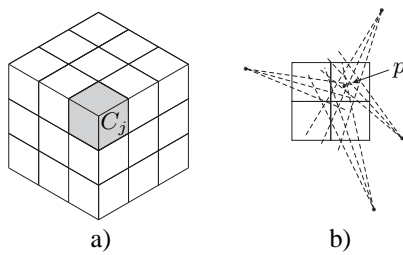


Fig. 3. Generación heurística de prensiones con 4 dedos: a) Partición de un cubo en voxels, b) Conjunto  $M$  de 4 puntos cuyos conos de fricción contienen el punto  $p$ .

conos de fricción (Fig. 3). Para cada  $T_j$  considerado, se verifica si todas las normales de los miembros del conjunto expanden positivamente  $\mathbb{R}^3$ . Esto es una aproximación conservativa, ya que pueden existir puntos cuyas normales no expandan positivamente  $\mathbb{R}^3$  pero cuyos conos de fricción permitan lograr una prensión con cierre de fuerza; sin embargo, dichas prensiones en general no tienen buen desempeño ante perturbaciones externas en ciertas direcciones. Los conjuntos  $T_j$  que no superen esta prueba no son considerados para procesamiento posterior.

- Se selecciona ahora un número predeterminado de puntos aleatorios  $p$  dentro del voxel  $C_j$ , y se asume que cada punto es la intersección de las cuatro fuerzas de contacto. Con esta suposición, se busca el conjunto de puntos  $M \subset T_j$  cuyos conos de fricción contienen al punto  $p$ .
- Se listan todas las posibles combinaciones de 4 puntos en  $M$  que cumplen con la condición P2 para el cierre de fuerza, esto es, se deben identificar las combinaciones de cuatro vectores unitarios normales que expanden positivamente  $\mathbb{R}^3$ .
- Se repite el proceso realizando una búsqueda en una discretización más fina de  $C_j$ ; la variación de resolución permite descubrir un conjunto más amplio de prensiones con cierre de fuerza.

La implementación de este algoritmo usa una discretización aleatoria de la superficie del objeto, pero no se aborda el estudio de técnicas de muestreo que podrían mejorar la eficiencia del algoritmo.

## V. TRABAJO ACTUAL

En el IOC se han desarrollado trabajos en síntesis de prensiones para objetos bidimensionales poligonales [26], no poligonales [8] y discretos [27], y para objetos tridimensionales poliédricos [28]. En la actualidad se trabaja activamente en el desarrollo de algoritmos para síntesis de prensiones en objetos tridimensionales discretizados; se ha desarrollado un algoritmo que encuentra una prensión localmente óptima con 7 contactos sin fricción sobre

objetos discretos. El algoritmo desarrollado tiene dos partes fundamentales; la primera parte busca una prensión inicial con cierre de fuerza, y la segunda parte optimiza esta prensión inicial hasta lograr un óptimo local.

La primera parte del algoritmo usa ideas similares a las presentadas en [24], aunque se usa una prueba de cierre de fuerza diferente, así como un nuevo procedimiento de búsqueda. La prueba de cierre de fuerza se basa en verificar si el casco convexo  $CH(W)$  contiene el origen  $O$  del espacio de fuerzas generalizadas. El procedimiento de búsqueda determina el conjunto de puntos en la prensión actual que pueden ser reemplazados, y genera un conjunto de posibles reemplazos para esos puntos, seleccionados de acuerdo a su ubicación respecto a uno o varios hiperplanos de separación. El reemplazo de los puntos se lleva a cabo de forma que la distancia entre el origen  $O$  y el centroide  $P$  de las fuerzas generalizadas correspondientes a los puntos de prensión sea la mínima posible después de probar un número predefinido de reemplazos. El procedimiento se ejecuta hasta lograr que  $O$  se encuentre dentro de  $CH(W)$ .

La segunda parte del algoritmo optimiza la prensión inicial con cierre de fuerza a través de un proceso orientado de búsqueda; la calidad de la prensión es medida con el criterio de la “bola máxima” [21]. El algoritmo se ejecuta hasta que no se consigue ninguna mejora en la calidad de la prensión cuando se han considerado todos los posibles puntos candidatos de reemplazo; en este caso, se habrá alcanzado un mínimo local.

La Fig. 4 presenta los resultados de la aplicación del algoritmo a un paralelepípedo cuya superficie se describe mediante 1628 triángulos. Los puntos discretos usados para la aplicación del algoritmo planteado son los centroides de cada triángulo de la malla. En el ejemplo, la prensión inicial con cierre de fuerza se obtiene después de 11 iteraciones y 1.3 segundos. Esta prensión es el punto de partida para la secuencia de optimización; la prensión localmente óptima se obtiene después de 19 iteraciones y 15.5 segundos. La Fig. 4c dibuja la distancia  $PO$  en función del número de iteraciones, mientras que la Fig. 4d muestra el incremento en la calidad de la prensión con cierre de fuerza en función del número de iteraciones para la secuencia de optimización.

La prensión localmente óptima depende de la prensión inicial. Así, para el ejemplo anterior la prensión inicial tiene una calidad de 0.008, y su optimización produce una calidad de 0.263, logrando un factor de incremento de calidad de 32.9. Para obtener una idea más clara del desempeño del algoritmo, se realizaron 50 pruebas de prensión sobre el mismo objeto. La distribución de calidad para las prensiones iniciales con cierre de fuerza y para las prensiones localmente óptimas se observa en la Fig. 5. Aunque no hay una distribución normal en las

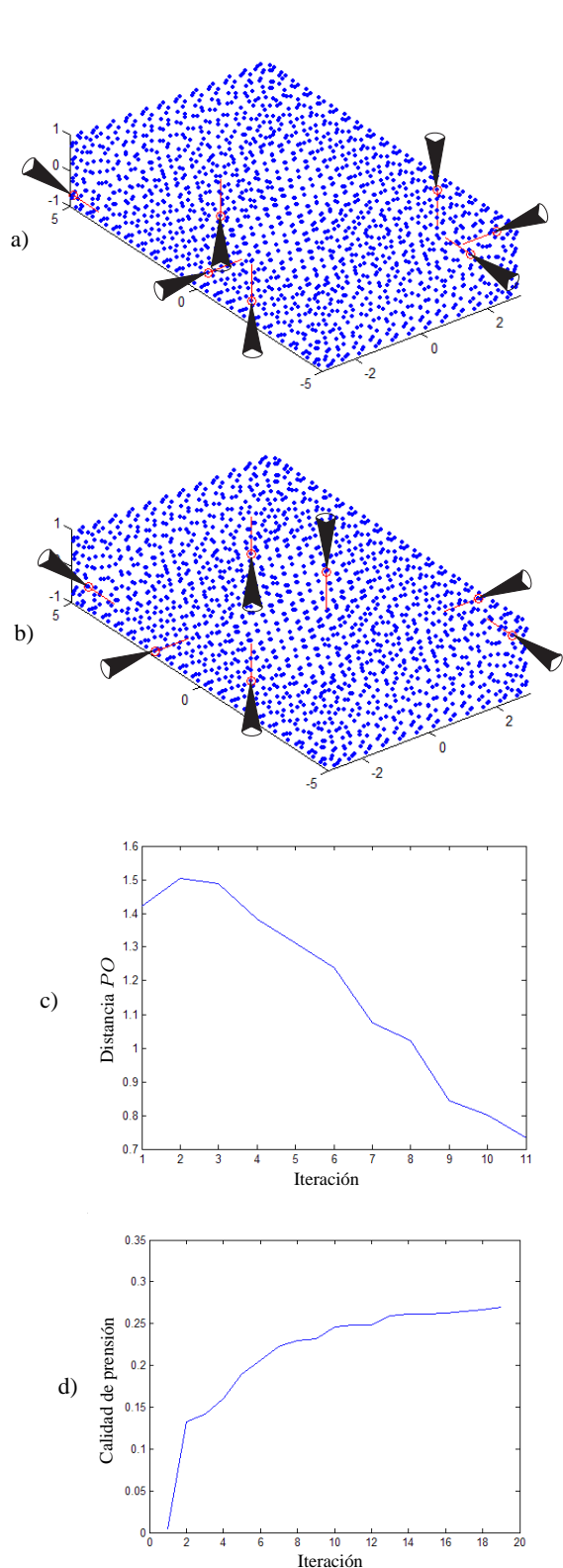


Fig. 4. Presiones con cierre de fuerza en un paralelepípedo: a) Presión inicial con cierre de fuerza, b) Presión con cierre de fuerza localmente óptima, c) Disminución de la distancia PO, d) Incremento en la calidad de la presión.

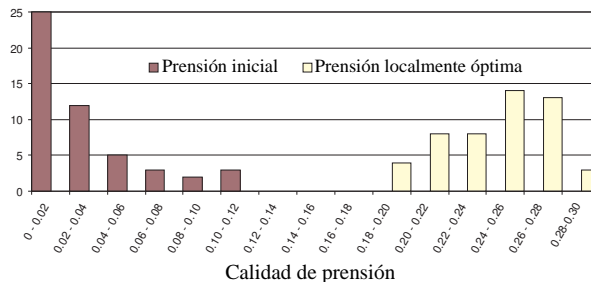


Fig. 5. Histogramas de distribución de calidad de presión en las presiones iniciales y localmente óptimas para el paralelepípedo.

calidades de presión, la calidad media da una idea del comportamiento del algoritmo; la calidad promedio para la presión inicial es de 0.028, mientras que la calidad media para las presiones localmente óptimas es de 0.242. Así, el factor promedio de incremento de calidad obtenido con la secuencia de optimización es de 8.5.

**VI. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS**

En este artículo se ha presentado el estado del arte en la síntesis de presiones con cierre de fuerza en objetos tridimensionales complejos, bien descritos mediante superficies curvas y suaves, mediante mallas triangulares o mediante un conjunto de puntos discretos sobre la superficie del objeto. La Tabla II sintetiza los principales trabajos en este campo.

Se han presentado también resultados preliminares del trabajo actual desarrollado sobre este tema en el IOC, esto es, un algoritmo para obtención de presiones localmente óptimas con respecto al criterio de la “bola máxima” en objetos descritos mediante nubes de puntos.

El trabajo futuro incluye el cálculo de un límite sobre la máxima calidad alcanzable para un objeto particular, y algoritmos apropiados para planificar una presión globalmente óptima que alcance esa calidad máxima. Así mismo, se estudia la forma de incluir las restricciones cinemáticas de la mano mecánica dentro del proceso de selección de una presión óptima o localmente óptima con cierre de fuerza para objetos tridimensionales complejos. Un trabajo adicional sería la obtención de un algoritmo para síntesis de presiones que permita su aplicación a sistemas de planificación en tiempo real.

**REFERENCES**

[1] A. Bicchi. On the closure properties of robotic grasping. *Int. J. Robotics Research*, 14(4):319–344, 1995.  
 [2] M.R. Cutkosky. On grasp choice, grasp models, and the design of hands for manufacturing tasks. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 5(3):269–279, 1989.

TABLE II  
TRABAJOS PRINCIPALES EN SÍNTESIS DE PRENSIONES PARA OBJETOS TRIDIMENSIONALES COMPLEJOS.

Referencia	Superficie del objeto	No. dedos	Prensión generada
[13], 1993	Superficies de producto esférico	2 CB	Prensión óptima que maximiza la distancia entre puntos antipodales
[15], 1997	Arbitraria continua	3 CPCF	Mejor prensión dentro de un grupo de prensiones generadas heurísticamente
[16], 1999	Arbitraria continua	4 CPCF	Mejor prensión dentro de un grupo de prensiones generadas heurísticamente
[17], 2003	Suave a trozos	$n$ CPCF	Prensión óptima minimizando la distancia $d_Q$
[20], 2003	Malla triangular	3,4 y 5 CPCF	Mejor prensión dentro de un grupo de prensiones generadas aleatoriamente
[22], 2001	Discretizada	7 CPSF	Una prensión con cierre de fuerza
[24], 2004	Discretizada	$n$ CPSF o CPCF	Una prensión con cierre de fuerza
[25], 2004	Discretizada	4 CPCF	Conjunto de prensiones concurrentes

- [3] D. Bowers and R. Lumia. Manipulation of unmodeled objects using intelligent grasping schemes. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 11(3):320–329, 2003.
- [4] F. Leoni, M. Guerrini, C. Laschi, D. Taddeucci, P. Dario, and A. Starita. Implementing robotic grasping tasks using a biological approach. In *Proc. IEEE ICRA 1998*, pages 2274–2280, 1998.
- [5] G.A. Bekey, H. Liu, R. Tomovic, and W.J. Karplus. Knowledge-based control of grasping in robot hands using heuristics from human motor skills. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 9(6):709–722, 1993.
- [6] T. Iberall, J. Jackson, L. Labbe, and R. Zampano. Knowledge-based prehension: Capturing human dexterity. In *Proc. IEEE ICRA 1988*, pages 82–87, 1988.
- [7] Y.H. Liu. Computing  $n$ -finger form-closure grasps on polygonal objects. *Int. J. Robotics Research*, 19(2):149–158, 2000.
- [8] J. Cornellà and R. Suárez. On computing form-closure grasps/fixtures for non-polygonal objects. In *Proc. IEEE Int. Symp. Assembly and Task Planning, ISATP 2005*, pages 138–143, 2005.
- [9] J. Ponce, S. Sullivan, A. Sudsang, J.D. Boissonat, and J.P. Merlet. On computing four-finger equilibrium and force-closure grasps of polyhedral objects. *Int. J. Robotics Research*, 16(1):11–35, 1997.
- [10] D. Ding, Y.H. Liu, and S. Wang. Computation of 3-D form-closure grasps. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 17(4):515–522, 2001.
- [11] B. Mishra, J.T. Schwartz, and M. Sharir. On the existence and synthesis of multifinger positive grips. *Algorithmica*, 2(4):541–558, 1987.
- [12] X. Markenscoff, L. Ni, and C.H. Papadimitriou. The geometry of grasping. *Int. J. Robotics Research*, 9(1):61–74, 1990.
- [13] I.M. Chen and J.W. Burdick. Finding antipodal point grasps on irregularly shaped objects. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 9(4):507–512, 1993.
- [14] V.D. Nguyen. Constructing force-closure grasps. *Int. J. Robotics Research*, 7(3):3–16, 1988.
- [15] M. Fischer and G. Hirzinger. Fast planning of precision grasps for 3D objects. In *Proc. IEEE/RSJ IROS 1997*, pages 120–126, 1997.
- [16] Ch. Borst, M. Fischer, and G. Hirzinger. A fast and robust grasp planner for arbitrary 3D objects. In *Proc. IEEE ICRA 1999*, pages 1890–1896, 1999.
- [17] X. Zhu and J. Wang. Synthesis of force-closure grasps on 3-D objects based on the Q distance. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 19(4):669–679, 2003.
- [18] X. Zhu and H. Ding. Planning force-closure grasps on 3-D objects. In *Proc. IEEE ICRA 2004*, pages 1258–1263, 2004.
- [19] X. Zhu, H. Ding, and M.Y. Wang. A numerical test for the closure properties of 3-D grasps. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 20(3):543–549, 2004.
- [20] Ch. Borst, M. Fischer, and G. Hirzinger. Grasping the dice by dicing the grasp. In *Proc. IEEE/RSJ IROS 2003*, pages 3692–3697, 2003.
- [21] C. Ferrari and J. Canny. Planning optimal grasps. In *Proc. IEEE ICRA 1992*, pages 2290–2295, 1992.
- [22] D. Ding, Y.H. Liu, and M.Y. Wang. On computing immobilizing grasps of 3-D curved objects. In *Proc. IEEE Int. Symp. on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, pages 11–16, 2001.
- [23] Y.H. Liu. Qualitative test and force optimization of 3-D frictional form-closure grasps using linear programming. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 15(1):163–173, 1999.
- [24] Y.H. Liu, M.L. Lam, and D. Ding. A complete and efficient algorithm for searching 3-D form closure grasps in the discrete domain. *IEEE Trans. Robotics*, 20(5):805–816, 2004.
- [25] N. Niparnan and A. Sudsang. Fast computation of 4-fingered force-closure grasps from surface points. In *Proc. IEEE IROS 2004*, pages 3692–3697, 2004.
- [26] J. Cornellà and R. Suárez. Fast and flexible determination of force-closure independent regions to grasp polygonal objects. In *Proc. IEEE ICRA 2005*, pages 778–783, 2005.
- [27] J. Cornellà and R. Suárez. Determining independent grasp regions on 2D discrete objects. In *Proc. IEEE/RSJ IROS 2005*, pages 2936–2941, 2005.
- [28] R. Prado and R. Suarez. Heuristic grasp planning with three frictional contacts on two or three faces of a polyhedron. In *Proc. IEEE ISATP 2005*, pages 112–118, 2005.