Síntesis de prensiones con cuatro puntos de contacto incluyendo al menos tres prensiones con equilibrio de fuerzas con tres puntos de contacto cada una

Ricardo Prado y Raúl Suárez

Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales (IOC),
Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España,
e-mail: sixto.ricardo.prado@upc.edu, raul.suarez@upc.edu

***Resumen*—En este artículo se presenta un método para construir prensiones con equilibrio de fuerzas con cuatro puntos de contacto con fricción que permiten que al menos tres dedos puedan perder el contacto con el objeto (un dedo a la vez) sin que la prensión resultante con tres puntos de contacto pierda la propiedad de equilibrio de fuerzas. Este tipo de prensión es útil para permitir diferentes posibilidades para la manipulación del objeto (manipulación por reposición de dedos). Se propone una condición necesaria y suficiente para determinar este tipo de prensión así como el algoritmo para calcularla.**

***Índice de Términos*—robótica; manos mecánicas; prensiones con equilibrio de fuerzas.**

I. Introducción

Una prensión con equilibrio de fuerzas (PEF) puede contrarrestar, usando las fuerzas aplicadas por los dedos, cualesquiera fuerzas y torques ejercidas externamente sobre el objeto.

Diferentes métodos para calcular PEF con cuatro puntos de contacto sobre objetos poliédricos determinan prensiones que proporcionan una adecuada respuesta para contrarrestar fuerzas y momentos externos aplicados al objeto [1-8]. Sin embargo, frecuentemente, en estas prensiones la perdida de un contacto dedo-objeto implica que la propiedad de equilibrio de fuerzas desaparece y la mano puede perder el objeto (Figura 1a), lo que impide que este tipo de prensión sea considerada como prensión inicial para un proceso de manipulación de objetos mediante técnicas de reposición de dedos (*finger gating*, en ingles).

En general los métodos de manipulación de objetos mediante técnicas de *finger gating* que usan una mano con cuatro dedos presentan una prensión inicial que permite que al menos tres dedos puedan perder el contacto con el objeto, sin que la prensión resultante pierda la propiedad de equilibrio de fuerzas [9-11]. Sin embargo en ninguno de estos métodos se describe como calcular la prensión inicial.

El método presentado en este articulo determina, dado una PEF con tres puntos de contacto, las regiones de contacto tal que si un cuarto punto de contacto se ubica sobre cualesquiera de estas regiones la prensión resultante con cuatro puntos de contacto permite que al menos dos de los tres dedos originales puedan ser quitados sin que se pierda la propiedad de equilibrio de fuerzas.

Primero se propone una condición necesaria y suficiente para obtener una PEF con cuatro puntos de contacto compuesto de al menos tres PEF con tres puntos de contacto cada uno. Segundo, dado una PEF con tres puntos de contacto, se determinan las regiones de contacto para el cuarto punto de contacto. Finalmente el cuarto punto de contacto se calcula, sobre una región de contacto previamente determinada, tal que la prensión resultante sea coplanar o el cuarto punto de contacto esté próximo al plano definido por los tres puntos de contacto de la prensión inicial (Figura 1.b), con ello se pretende obtener una prensión definida como "*suficientemente buena*" por Borst, Ficher and Hirzinger [12] donde una prensión es "*suficientemente buena*" cuando permite que una mano mecánica antropomórfica tome una postura similar a la que tomaría una mano humana para alcanzar una determinada prensión, y según los ejemplos que ellos muestran, estas presesiones frecuentemente son coplanares o el punto de contacto del dedo medio está próximo al plano definido por los otros tres puntos de contacto.

II. Método Propuesto

Tres fuerzas $\boldsymbol{f}_1$, $\boldsymbol{f}_2$ y $\boldsymbol{f}_3$ alcanzan el equilibrio (Figura 2) si

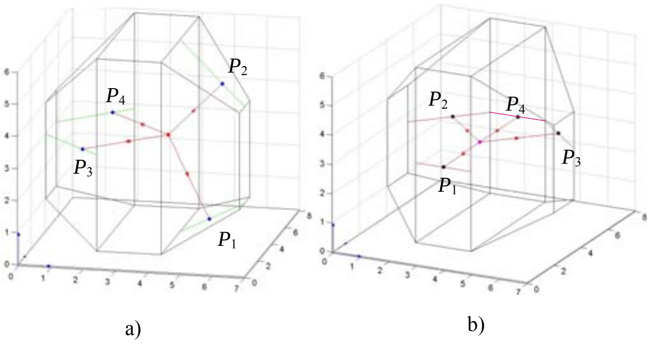

Fig. 1 Dos tipos de PEF a) la pérdida de un contacto dedo-objeto implica la perdida de la propiedad de equilibrio de fuerzas; b) la pérdida de P_2, P_3 y P_4 (un contacto a la vez) no implica la pérdida de la propiedad de equilibrio de fuerzas.

Este trabajo fue parcialmente financiado por los proyectos CICYT DPI-2004-03104 y DPI-2005-00112.

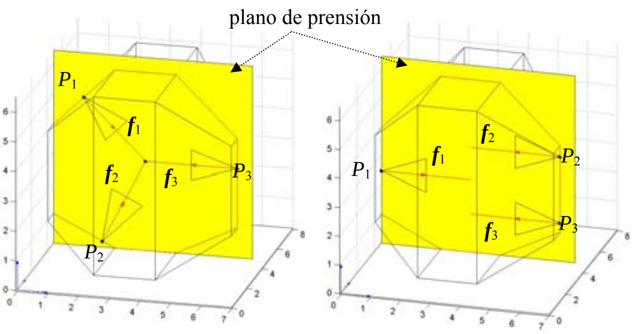

Fig. 2 Los dos casos de tres fuerzas que alcanzan el equilibrio.

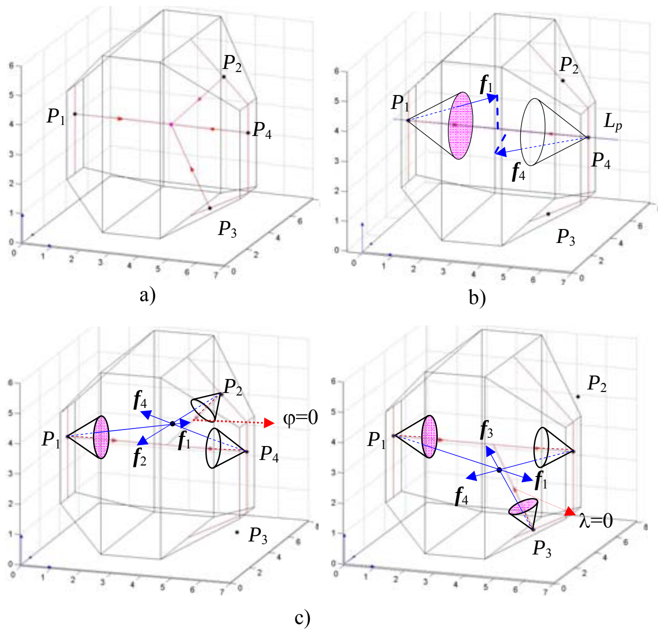

Fig. 3 a) PEF con P_i, i=1,2,3,4, coplanares b) P_1 y P_4 cumplen la condición *C1*; c) P_1, P_2 y P_4 determinan una PEF ($\varphi=0 \Rightarrow \varphi<\alpha$), de la misma manera P_1, P_3 y P_4 determinan una PEF ($\lambda=0 \Rightarrow \lambda<\alpha$).

y sólo si cumplen al menos una de las dos siguientes condiciones [1][13]:

1. $\boldsymbol{f}_1$, $\boldsymbol{f}_2$ y $\boldsymbol{f}_3$ son coplanares, expanden su plano soporte y sus rectas de acción se intersectan en un punto.

2. $\boldsymbol{f}_1$, $\boldsymbol{f}_2$ y $\boldsymbol{f}_3$ son coplanares, paralelas y aquella que está en medio de las otras dos tiene diferente sentido.

Trabajos previos [1][13][14][15] han mostrado que si $\boldsymbol{f}_i \in C_{fi}$, i=1,2,3, cumplen con la condición 1 ó 2 entonces los puntos de contacto no-colineales permiten determinar una PEF.

El método que se presenta en este trabajo, determina PEF con P_i, i=1,2,3,4, compuestas de al menos tres PEF con P_i, i=1,2,3, cada uno, en base a la siguiente proposición.

Proposición 1. Una PEF con P_i, i=1,2,3,4, está compuesta de al menos tres PEF con P_i, i=1,2,3, cada una si y sólo si (Figura 3a):

C1. $\exists P_i, P_j$ i,j={1,2,3,4} con $i \neq j$ tal que P_i y P_j definen una recta L_p donde:
  1. Las proyecciones de $\boldsymbol{n}_i$ y $\boldsymbol{n}_j$ sobre L_p, tienen diferentes sentidos (Figura 3b).
  2. $L_p \subset C_{fi} \cap C_{fj}$ y L_p cae en el interior de C_{fi} y C_{fj}.

C2. El ángulo φ entre $\boldsymbol{n}_k$ y el plano definido por P_i, P_j y P_k (Figura 3c) y el ángulo λ entre $\boldsymbol{n}_l$ y el plano definido por P_i, P_j y P_l, son menores que α. ■

Prueba.

Condición suficiente. La condición *C1* permite la aplicación de fuerzas $\boldsymbol{f}_i$ y $\boldsymbol{f}_j$ tal que sus componentes sobre L_p tiene diferentes sentidos mientras sus componentes ortogonales a L_p pueden tener cualquier sentido.

La condición *C2* asegura que $L_p \cap C_{fk} \neq \varnothing$ y $L_p \cap C_{fl} \neq \varnothing$, esto implica que existen fuerzas $\boldsymbol{f}_k$ y $\boldsymbol{f}_l$ (puesto que $\varphi<\alpha$ y $\lambda<\alpha$ entonces estas fuerzas no pertenecen a los límites de C_{fk} y C_{fl} respectivamente) cuyas rectas de acción intersectan con L_p y como $L_p \subset C_{fi} \cap C_{fj}$ entonces $C_{fi} \cap C_{fj} \cap C_{fk} \neq \varnothing$ y $C_{fi} \cap C_{fj} \cap C_{fl} \neq \varnothing$.

Ahora, si $\boldsymbol{f}_k$ es nula y $\boldsymbol{f}_l$ no nula entonces una combinación lineal positiva de las componentes de $\boldsymbol{f}_i$ y $\boldsymbol{f}_j$ sobre L_p puede contrarrestar la componente de $\boldsymbol{f}_l$ sobre L_p (las componentes de $\boldsymbol{f}_i$ y $\boldsymbol{f}_j$ sobre L_p tienen diferentes sentidos), también una combinación lineal positiva de las componentes de $\boldsymbol{f}_i$ y $\boldsymbol{f}_j$ ortogonal a L_p puede contrarrestar la componente de $\boldsymbol{f}_l$ ortogonal a L_p. Esto implica que $\boldsymbol{f}_i$, $\boldsymbol{f}_j$ y $\boldsymbol{f}_l$ alcanzan el equilibrio por lo tanto P_i, P_j y P_l determinan una PEF.

El mismo razonamiento se aplica cuando $\boldsymbol{f}_k$ es no nulo y $\boldsymbol{f}_l$ nulo para obtener que P_i, P_j y P_k determinan una PEF. Nótese que las fuerzas $\boldsymbol{f}_i$ y $\boldsymbol{f}_j$ usadas para balancear $\boldsymbol{f}_k$ no son iguales que las fuerzas $\boldsymbol{f}_i$ y $\boldsymbol{f}_j$ usados para balancear $\boldsymbol{f}_l$. Entonces (P_i, P_k, P_l), (P_i, P_j, P_k) y (P_i, P_j, P_l) determinan, cada conjunto, una PEF.

Condición necesaria. Si la proyección de $\boldsymbol{n}_i$ y $\boldsymbol{n}_j$ sobre L_p tienen el mismo sentido entonces las componentes sobre L_p de $\boldsymbol{f}_i$ y $\boldsymbol{f}_j$ también tienen igual sentido, esto no permite aplicar $\boldsymbol{f}_i$, $\boldsymbol{f}_j$ y $\boldsymbol{f}_k$ (con $\boldsymbol{f}_l=\varnothing$) paralelas o coplanares que expandan el plano que las contiene, por lo tanto estas fuerzas no alcanzan el equilibrio, ello implica que P_i, P_j y P_k no determinan una PEF.

El mismo razonamiento se aplica para $\boldsymbol{f}_i$, $\boldsymbol{f}_j$ y $\boldsymbol{f}_l$ (con $\boldsymbol{f}_k=\varnothing$), entonces P_i, P_j, y P_l no determinan una PEF. Como consecuencia la primera parte de la condición *C1* es necesaria para que exista una PEF con P_i, i=1,2,3,4.

Considerese que (P_i, P_k, P_l), (P_i, P_j, P_k) son PEF pero $L_p \not\subset C_{fi} \cap C_{fj}$ (Figura 4a). Ahora si $\boldsymbol{f}_k=\varnothing$ entonces las fuerzas coplanares $\boldsymbol{f}_i$, $\boldsymbol{f}_j$ y $\boldsymbol{f}_l$ no expanden el plano que las contiene (aunque si las rectas de acción de las fuerzas intersectan en un punto) por lo tanto no alcanzan el equilibrio y como consecuencia P_i, P_j y P_l no determinan

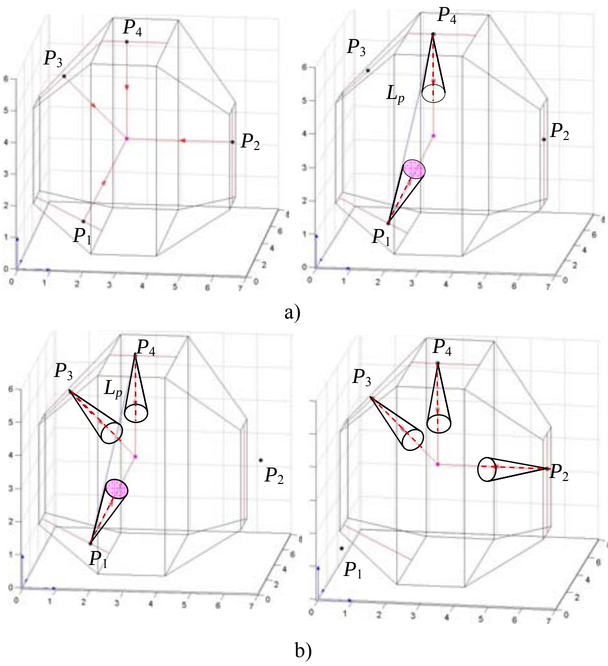

Fig. 4 a) Ningún par de P_i cumple la condición *C1*; b) (P_1, P_3 y P_4) y (P_2, P_3 y P_4) no determinan una PEF.

una PEF (Figura 4b). Esto implica que si $L_p \not\subset C_{fi} \cap C_{fj}$ entonces como máximo desde P_i, i=1,2,3,4, se pueden obtener dos PEF con tres puntos de contacto cada una. Por lo tanto la segunda parte de la condición *C1* es necesaria para calcular una PEF con P_i, i=1,2,3,4.

Una condición necesaria para la existencia de una PEF con P_i, i=1,2,3, es que el plano de prensión intersecte con C_{fi}, i=1,2,3 [14] y ello sólo es posible si el ángulo entre $\boldsymbol{n}_i$ y el plano de prensión es menor que α. Esto implica que si P_i, P_j y P_k determinan una PEF entonces φ tiene que ser menor que α. De la misma forma si P_i, P_j y P_l determinan una PEF entonces λ tiene que ser menor que α. Como consecuencia la condición *C2* es necesaria para que exista una PEF con P_i, i=1,2,3,4. ■

Nótese que de la demostración descrita previamente también se puede concluir que una condición suficiente para determinar una PEF con P_i, i=1,2,3, es que dos puntos de contacto cumplan con la condición *C1* y el cono de fricción del tercer punto de contacto intersecte con la recta L_p, esto implica que $L_p \cap C_{fi} \cap C_{fj} \cap C_{fk} \neq \emptyset$, $i,j,k \in \{1,2,3\}$ con $i \neq j \neq k$. Si $L_p \cap C_{fi} \cap C_{fj} \cap C_{fk} \neq \emptyset$ entonces P_i, i=1,2,3, siempre permite aplicar $\boldsymbol{f}_i$ que alcanza el equilibrio, por lo tanto P_i, i=1,2,3, determina una PEF.

El método propuesto en este artículo soluciona el siguiente problema; dado una PEF con P_i, i=1,2,3, determinar la región de contacto R_i, tal que si un cuarto punto de contacto P_4 se ubica sobre R_i, la prensión resultante con cuatro puntos de contacto siempre cumple

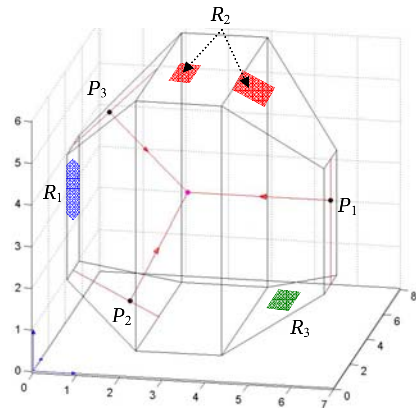

Fig. 5 Si P_4 pertenece a cualesquier $R_i \neq \emptyset$, i=1,2,3, entonces la prensión P_i, i=1,2,3,4, cumplen las condiciones *C1* (P_4 y P_i cumplen *C1*) y *C2* de la Proposición 1.

las dos condiciones descritas en la Proposición 1 (por lo tanto la prensión resultante esta compuesta de al menos tres PEF con tres puntos de contacto cada una).

A. Determinación de la región de contacto R_i

La región de contacto R_i i=1,2,3, se determina como sigue:

- Determinar la región R'_i / $\forall P_4 \in R'_i$, P_4 y P_i cumplen la condición *C1*.
- Si $R'_i \neq \emptyset$ entonces determinar $R_i \subseteq R'_i$ / $\forall P_4 \in R_i$, (P_4,P_i,P_j) y (P_4,P_i,P_k) cumplen la condición *C2*, $j,k \in \{1,2,3\}$ con $i \neq j \neq k$.
  fin del proceso (Figura 5).

Si al menos un $R_i \neq \emptyset$ entonces (P_i, P_j, P_k), (P_4, P_i, P_j) y (P_4, P_i, P_k) son PEF (P_i, P_j y P_k es la PEF inicial).

R_i puede estar sobre una o más caras del objeto entonces el procedimiento para calcularla consiste en determinar, dado P_i, i=1,2,3, si al menos una cara A_l, l=1,…,m, donde m es el numero de caras del objeto, es válida para calcular sobre ella la región R_i.

Primero se determina si la orientación y posición de A_l permite calcular sobre ella la región R'_i tal que $\forall P_4 \in R'_i$, P_4 y P_i cumplen la condición *C1* (pasos 1 y 2, del proceso que se describe a continuación). Segundo, si $R'_i \neq \emptyset$ entonces se determina la región $R_i \subseteq R'_i$/ $\forall P_4 \in R_i$, (P_4, P_i, P_j) y (P_4, P_i, P_k) cumplen la condición *C2*, $j,k \in \{1,2,3\}$ con $i \neq j \neq k$ (paso 3 del procedimiento que se describe a continuación).

El procedimiento para determinar R_i es como sigue. Para $i,j,k \in \{1,2,3\}$ con $i \neq j \neq k$:

1. Determinar el ángulo, γ, entre $\boldsymbol{n}_l$ y $-\boldsymbol{n}_i$. Si $\gamma \geq 2\alpha$ entonces Retornar(***invalido***).

   Si $\gamma \geq 2\alpha$ entonces al menos uno de las dos partes de la condición *C1* no se cumple.

2. Determinar $R'_i = A_l \cap C_{fo} \cap C_{fi}$, donde C_{fo} es el cono de semi-ángulo α, eje con dirección de $\boldsymbol{n}_l$ y origen en P_i

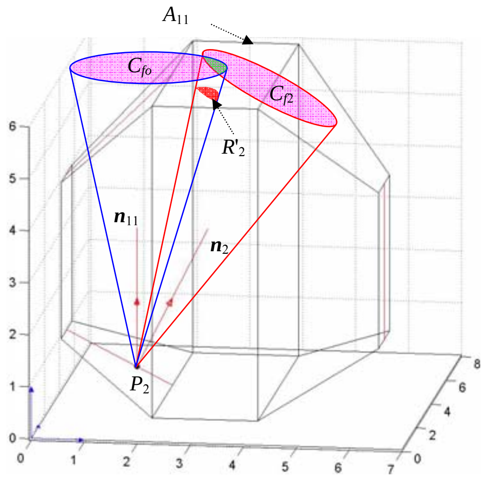

Fig. 6 Determinación de R'_2 sobre la cara A_{11}.

(Figura 6). Como $\gamma<2\alpha \Rightarrow C_{fo} \cap C_{fi} \neq \varnothing$. Si $R'_i=\varnothing$ entonces Retornar(***invalido***).

En este caso P_i y cualquier punto de contacto sobre A_l no cumplen con la segunda parte de la condición *C1*, aun cuando $A_l \cap C_{fi} \neq \varnothing$.

Si $R'_i \neq \varnothing$ entonces cualquier punto de contacto sobre $R'_i \neq \varnothing$ cumple con P_i la condición *C1*.

3. Calcular R_i según los siguientes cuatro casos:
   Sea:
   L_{px} la recta que pasa a través de P_i y P_j.
   L_{py} la recta que pasa a través de P_i y P_k.

   - Si $L_{px} \subset C_{fj}$ y $L_{py} \subset C_{fk}$ entonces $R_i=R'_i$ (Figura 7).

     En este caso puesto que $P_i \in L_{px}$ y $L_{px} \subset C_{fj} \Rightarrow P_i \subset C_{fj}$. Esto implica que si $P_4 \in R'_i$ (recordar que $R'_i \subset C_{fi}$, paso 2) entonces el plano definido por P_i, P_j y P_4 siempre contiene a L_{px} ($L_{px} \subset C_{fj}$) y L_p (P_i y P_4 están contenidos en L_p), por lo tanto $L_p \cap C_{fi} \cap C_{fj} \cap C_{f4} \neq \varnothing$, y como consecuencia P_i, P_j y P_4 siempre permiten

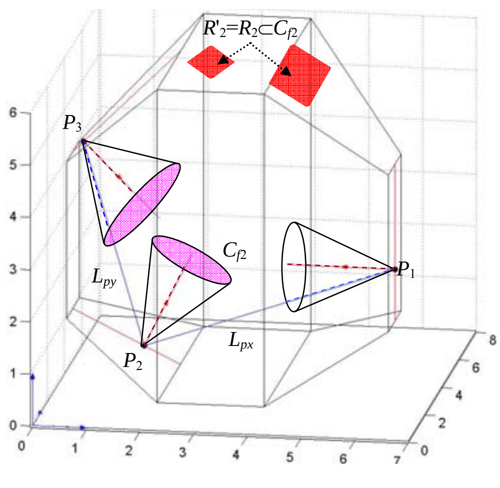

Fig. 7 $L_{px} \subset C_{f1}$ y $L_{py} \subset C_{f3} \Rightarrow R'_2=R_2$.

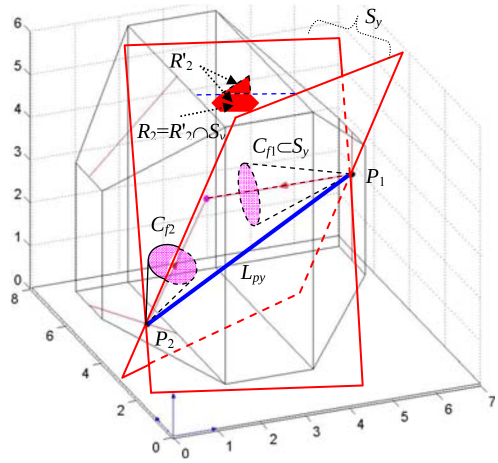

Fig. 8 El sub-espacio S_y contiene a C_{f1} (C_{f1} es tangente a los limites de S_y) y a $R_2=R'_2 \cap S_y$.

aplicar fuerzas que alcanzan el equilibrio, determinando por lo tanto una PEF.

El mismo razonamiento se aplica para $P_i \in L_{py}$ y $L_{py} \subset C_{fk} \Rightarrow P_i \subset C_{fk}$, y como consecuencia P_i, P_k y P_4 determinan una PEF. Por lo tanto (P_i, P_j, P_k), (P_i, P_j, P_4) y (P_i, P_k, P_4) son PEF (recuérdese que P_i, P_j y P_k, es la PEF inicial).

- Si $L_{py} \not\subset C_{fk}$ y $L_{px} \subset C_{fj}$ entonces:
  - Calcular el sub-espacio, S_y, limitado por dos planos tangentes a C_{fk}, que contienen a L_{py} y $C_{fk} \subset S_y$ (Figura 8).

    Todo plano que intersecta con C_{fk} y contiene a P_i y P_k siempre pertenece a S_y. Esto implica que si P_i, P_k y cualesquier otro punto de contacto determinan una PEF entonces el plano de prensión siempre esta incluido en S_y (recuérdese que en una PEF con tres puntos de contacto el plano de prensión siempre intersecta a los tres conos de fricción).

  - Calcular $R_i=R'_i \cap S_y$. Si $R_i \neq \varnothing$ entonces Retornar(***valido***).

    En este caso si $P_4 \in (R'_i \cap S_y)$ entonces el plano de prensión definido por P_i, P_k y P_4 siempre contiene a L_p e intersecta con C_{fk}, lo que implica que $L_p \cap C_{fi} \cap C_{fj} \cap C_{f4} \neq \varnothing$, por lo tanto P_i, P_j y P_4 siempre permiten aplicar fuerzas que alcanzan el equilibrio, como consecuencia P_i, P_k y P_4 determinan una PEF.

    Ahora si $P_4 \in R'_i$ pero $P_4 \notin (R'_i \cap S_y)$ entonces el plano definido por P_i, P_k y P_4 no intersecta con C_{fk} por lo tanto, en este caso, P_i, P_k y P_4 no determinan una PEF. Esto implica que P_4 debe estar siempre sobre ($R'_i \cap S_y$).

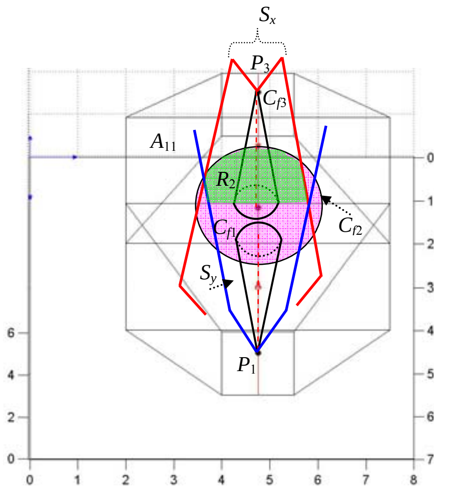

Fig. 9 Determinación de $R_2 \subset A_{11}$ para el caso de $L_{px} \not\subset C_{f1}$ y $L_{py} \not\subset C_{f3}$.

Por otro lado, puesto que $L_{px} \subset C_{fj} \Rightarrow P_i \subset C_{fj}$ (condición igual a aquella del primer caso). Si $P_4 \in R'_i$ entonces el plano de prensión definido por P_i, P_j y P_4 (P_i y P_4 cumplen la condición *C1*) siempre contiene a L_{px} y L_p, por lo tanto $L_p \cap C_{fi} \cap C_{fj} \cap C_{f4} \neq \varnothing$, lo que implica que P_i, P_j y P_4 siempre permiten aplicar fuerzas que alcanzan el equilibrio, como una consecuencia P_i, P_j y P_4 determinan una PEF.

Puesto que $(R'_i \cap S_y) \subseteq R'_i$ entonces $\forall P_4 \in R'_i \cap S_y$, (P_i, P_j, P_k), (P_4, P_i, P_j) y (P_4, P_i, P_k) siempre determinan una PEF, por lo tanto $R_i = R'_i \cap S_y$.

Nótese que si $P_4 \in R'_I$ y $P_4 \notin R'_i \cap S_y$ (con $(R'_i \cap S_y) \neq R'_i$) entonces solamente (P_i, P_j, P_k) y (P_4, P_i, P_j) determinan una PEF.

- Si $L_{px} \not\subset C_{fj}$ y $L_{py} \subset C_{fk}$ entonces:

  Este caso es análogo al caso previo, por lo tanto aquí se aplica el mismo razonamiento que el caso anterior pero reemplazando C_{fk} por C_{fj} y L_{py} por L_{px} entonces $R_i = R'_i \cap S_x$ (S_x es el sub-espacio equivalente a S_y). Si $R_i \neq \varnothing$ entonces Retornar(***valido***).

  Ahora si $P_4 \in R'_i$ pero $P_4 \notin R'_i \cap S_x$ entonces solamente (P_i, P_j, P_k) y (P_i, P_k, P_4) determinan una PEF.

- Si $L_{px} \not\subset C_{fj}$ y $L_{py} \not\subset C_{fk}$ entonces:
  - Calcular el sub-espacio, S_y, limitado por dos planos tangentes a C_{fk} que contienen a L_{py} y $C_{fk} \subset S_y$ (Figura 9). De la misma forma calcular el sub-espacio, S_x, limitado por dos planos tangentes a C_{fj} que contienen a L_{px} y $C_{fj} \subset S_x$.

    Todo plano que intersecta con C_{fk} y que contiene a P_i y P_k cae siempre en S_y. De la misma forma, todo plano que intersecta con C_{fj} y contiene a P_i y P_j cae siempre en S_x.

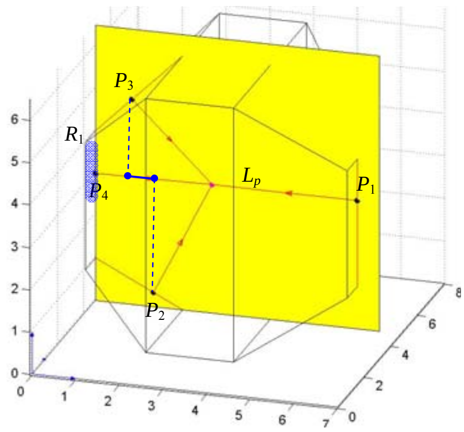

Fig. 10 P_4 se determina sobre el R_i que permite obtener una PEF coplanar.

  - Calcular $R_i = R'_i \cap S_y \cap S_x$. Si $R_i \neq \varnothing$ entonces Retornar(***valido***).

    En este caso si $P_4 \in R'_i \cap S_y \cap S_x$ entonces el plano de presión de P_i, P_j y P_4 está incluido en S_x y contiene a L_p, lo que implica que $L_p \cap C_{fi} \cap C_{fj} \cap C_{f4} \neq \varnothing$, por lo tanto P_i, P_j y P_4 permiten aplicar fuerzas que alcanzan el equilibrio, como consecuencia P_i, P_j y P_4 determinan una PEF.

    De la misma manera si $P_4 \in R'_i \cap S_y \cap S_x$ entonces el plano de prensión de P_i, P_k y P_4 está incluido en S_y y contiene a L_p, lo que implica que $L_p \cap C_{fi} \cap C_{fk} \cap C_{f4} \neq \varnothing$, por lo tanto P_i, P_k y P_4 permiten aplicar fuerzas que alcanzan el equilibrio, como consecuencia P_i, P_k y P_4 determinar una PEF.

    Entonces $\forall P_4 \in R'_i \cap S_y \cap S_x$, (P_i, P_j, P_k), (P_4, P_i, P_j) y (P_4, P_i, P_k) siempre determinan PEF.

    Ahora si $P_4 \in R'_i$ pero $P_4 \notin R'_i \cap S_y \cap S_x$ entonces los planos de prensión definidos por (P_i, P_j, P_4) y (P_i, P_k, P_4) no intersectan con C_{fj} y C_{fk} respectivamente, por lo tanto (P_i, P_j, P_4) y (P_i, P_k, P_4) no determinan una PEF.

    Nótese que si $P_4 \in R_i \cap R_l \neq \varnothing$, $l = \{j,k\}$, $i,j,k \in \{1,2,3\}$ con $i \neq j \neq k$, entonces cualesquier de los tres dedos originales pueden ser quitados sin que la prensión resultante pierda la propiedad de equilibrio de fuerzas.

Las prensiones determinadas por el método descrito en este trabajo pueden estar sobre conjuntos de dos, tres y cuatro caras.

También los planos de prensión de cada PEF con tres

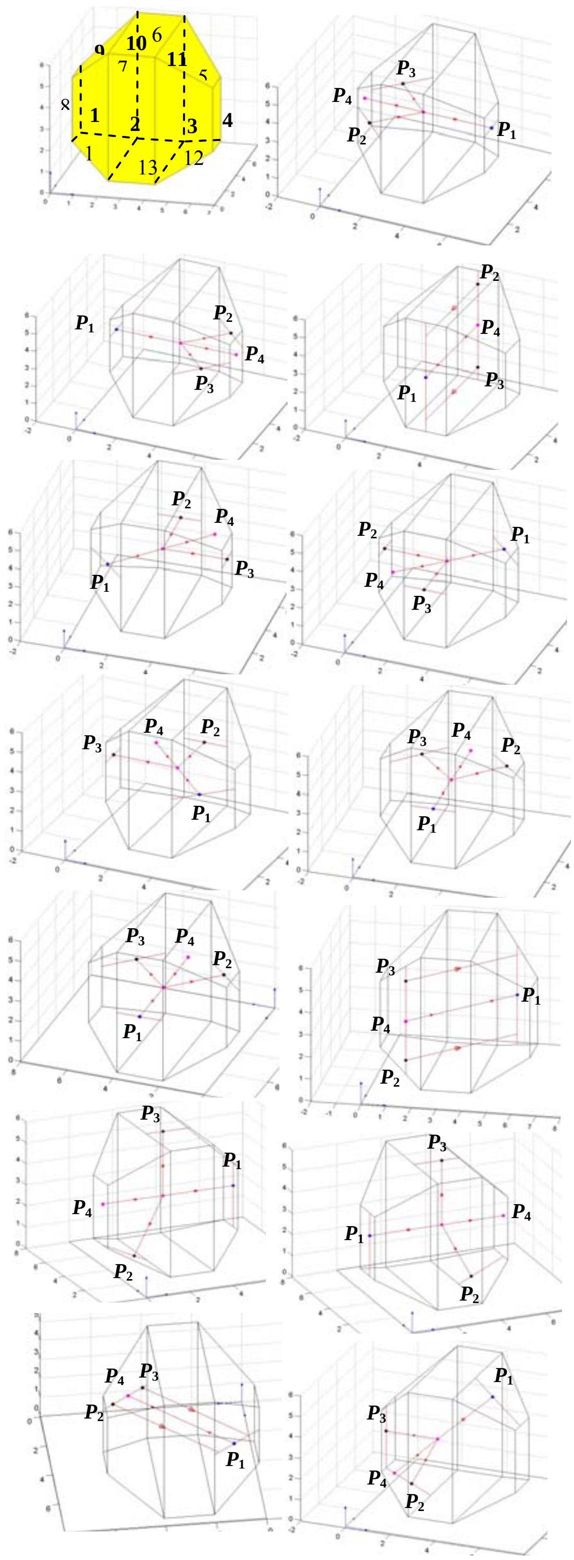

Fig. 11. Diferentes PEF determinadas por el método propuesto sobre un objeto de 14 caras.

puntos de contacto (que se determinan desde P_i, i=1,2,3,4) son iguales sólo si P_i, i=1,2,3,4 son coplanares.

B. Determinación del cuarto punto de contacto sobre R_i

En trabajos previos [11][12][16] se ha mostrado que si el planificador de prensión considera (para una prensión fina) la geometría y cinemática de una mano mecánica antropomórfica (ellos usan una mano con cuatro dedos) entonces los puntos de contacto de la prensión que tiene la mejor calidad son coplanares o el punto de contacto del dedo medio está próximo al plano formado por los otros tres puntos de contacto. También es interesante observar que en los ejemplos que estos trabajos previos presentan, frecuentemente la recta que contiene los puntos de contacto del pulgar y el dedo medio es equidistante a los otros dos puntos de contacto.

Considerando los resultados de los trabajos mencionados previamente P_4 se calcula entonces sobre la región R_i que permita:

- Una prensión coplanar P_i, i=1,2,3,4, (Figura 10) o que P_4 esté próximo al plano de prensión de la PEF inicial.
- La distancia desde L_p a los dos puntos de contacto que cumplen con la condición *C2* (aquellos que no están contenidos en L_p) sea similar.
- La distancia entre las proyecciones sobre L_p de los dos puntos que satisfacen la condición *C2* sea mínima.

III. Ejemplos

En esta sección se muestran dos ejemplos de la aplicación del método propuesto. En todos los ejemplos se asume un coeficiente de fricción constante μ=0,36. El programa fue implementado en Matlab y ejecutado sobre un servidor INTEL Biprocessor Pentium III 1,4 GHz.
Las figuras 11 y 12 muestran los resultados para los dos ejemplos respectivamente (cada prensión tiene una PEF inicial diferente con tres puntos de contacto).

IV. Conclusión

El método presentado en este artículo determina, dada una PEF con tres puntos de contacto, todas las regiones de contacto tal que si un cuarto punto de contacto se ubica sobre cualesquiera de estas regiones entonces la prensión resultante con cuatro puntos de contacto permite que al menos dos de los tres dedos originales puedan ser quitados sin perder la propiedad de equilibrio de fuerzas.

Este tipo de prensión puede darse sobre conjuntos de dos, tres y cuatro caras del objeto, bien paralelas o no paralelas, y es útil para permitir diferentes posibilidades para la manipulación del objeto mediante técnicas de reposición de dedos (*finger gating*). El método está basado en operaciones geométricas y se desarrolla en un espacio 3D.

Primero se propuso una condición necesaria y

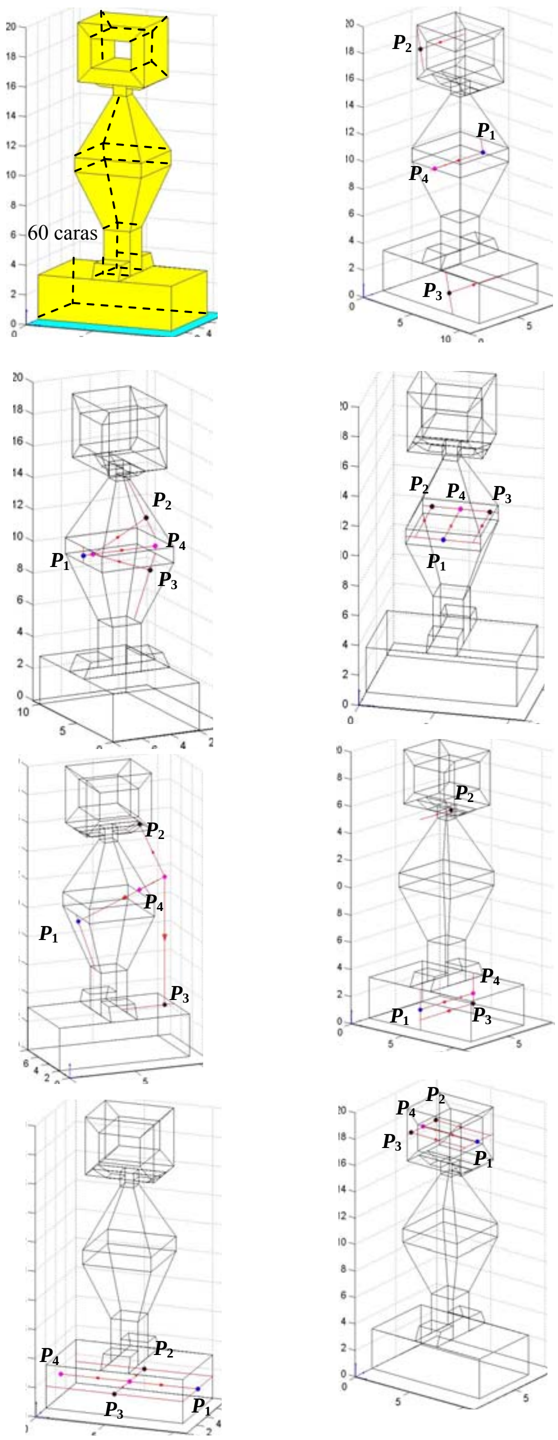

Fig. 12. Diferentes PEF determinadas por el método propuesto sobre un objeto de 60 caras.

suficiente para obtener este tipo de prensión. Segundo se presento un algoritmo para determinar las regiones de contacto para el cuarto punto de contacto. Finalmente se describió como calcular el cuarto punto de contacto sobre la región de contacto previamente determinada, tal que la prensión resultante con cuatro puntos de contacto sea coplanar o que el cuarto punto de contacto esté próximo al plano de prensión de la PEF inicial.

También este tipo de prensión frecuentemente permite que una mano mecánica antropomórfica tome una postura similar a la que tomaría una mano humana para alcanzar una determinada prensión.

Como trabajo futuro se determinarán estrategias de manipulación de objetos que tendrán como base una secuencia de PEF determinada por el método descrito en este artículo.

REFERENCIAS

[1] J. Ponce, J. Sullivan, S. Boissonnat y D.Merlet "On Characterizing and Computing Three- and Four-Finger Force-Closure Grasp Polyhedral Objects", *Proc. of the IEEE*, 1993, pp. 821-827.

[2] A. Sudsang, and J. Ponce, "New techniques for computing four-finger force-closure grasps of polyhedral objects", 1995, Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 1355-1360.

[3] J. Ponce, S. Sullivan, A. Sudsang, D. Boissonnat y J. Merlet, "On Computing Four-Finger Equilibrium and Force-Closure Grasps of Polyhedral Objects", Int. Journal of Robotics Research, **16**, No.1, 1997, pp. 11-30.

[4] Y. Liu, "Qualitative Test and Force Optimization of 3-D Frictional From-Closure Grasps Using Linear Programming", Trans. on Robotics and Automation **15** No 1, 1999, 163-173.

[5] Z. Xiangyang y H. Ding "Planning Force-Closure Grasps on 3-D Objects", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 2004, pp. 1258-1263.

[6] R. Prado y R. Suarez, "Determinación de Prensiones con Equilibrio de fuerzas con cuatro puntos de contacto en Objetos Poliedricos", Proc. Recerca en Automática visió i robótica, 2004, pp 277-283.

[7] R. Prado y R. Suarez, "Geometric Constructions of 4-Finger Force-Closure Grasps for Polyhedral Objects", IOC-DT-2005-23, 2005.

[8] R. Prado y R. Suarez, "Grasp Planning with four frictional contacts on polyhedral objects". *IFAC Symposium on Robot Control, SYROCO*, 2006, ACCEPTED.

[9] Y. Hasegawa, Y. Matsuno and T. Fukuda, "Regrasping Behavior Generation for Rectangular solid object", 2000, IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp 3567-3572.

[10] T. Schegel, M., Buss, T. Omata and G. Schmidt, "Fast Dextrous Regrasping with Optimal Contact Forces and Contact Sensor-Based Impedance Control", 2001, IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp 103-108.

[11] P. Michelman, "Precision Object Manipulation with a Multifingered Robot Hand", IEEE, Trans. on Robotics and Automation, **14** No, 1, 1998, pp. 105-113.

[12] C. Borst, M. Fischer and G. Hirzinger. "Grasping the Dice by Dicing the Grasp", Proc. IROS Conf. on Intelligent Robots and Systems, 2003, pp. 3692-3697.

[13] N. Nguyen, "Constructing force-closure grasps", IEEE Int. Journal of Robotics Research, **7**, No.3, 1988, pp. 345-362.

[14] R. Prado y R. Suarez, "Heuristic Grasp Planning with Three Frictional Contacts on Two or Three Faces of a Polyhedron", 6th IEEE International Symposyum on Assembly and Task planning, 2005, pp 245-252.

[15] R. Prado y R. Suarez, "Heuristic approach construct 3-finger force-closure grasp for polyhedral objects". *Prep. 7th IFAC Symposium on Robot Control, SYROCO*, 2003, pp.387-392.

[16] A. Miller, A. T. y K. Allen. "Examples of 3D Grasp Quality Computations". *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 1999, pp. 1240-1246.