

CONTROL DESLIZANTE DE LA POSICIÓN DE UN OBJETO MANIPULADO COOPERATIVAMENTE POR VARIOS ROBOTS*

Ramon Costa i Castelló
costa@ic.upc.es

Raúl Suárez Feijóo
suarez@ic.upc.es

Luis Basañez Villaluenga
basanez@ic.upc.es

Institut de Cibernètica (UPC-CSIC), Av. Diagonal 647, 2a planta, 08028, Barcelona.

Resumen. En este trabajo se propone un esquema de control deslizante que permite controlar la posición en el espacio de un sólido manipulado cooperativamente por varios robots. El esquema desarrollado representa un compromiso entre la robustez del control deslizante y las variaciones bruscas de la variable de control. El trabajo incluye el desarrollo del controlador y su validación mediante simulación.

1 INTRODUCCIÓN

Uno de los más recientes enfoques del control de sistemas multirobot se basa en la consideración de los robots como actuadores que operan coordinadamente sobre el objeto a desplazar¹; es decir, los robots se comportan como aplicadores de fuerza sobre el objeto.

En este enfoque, el control de la cadena cinemática cerrada constituida por los diversos robots y el objeto se realiza de forma jerárquica. Un primer nivel se encarga de controlar la posición del objeto, determinando para ello las fuerzas que deben aplicarse sobre él en cada momento, y un segundo nivel controla que cada uno de los robots realice la componente de fuerza asignada.

De esta forma, los actuadores de cada robot deben generar el par necesario para mover el elemento terminal del robot con una aceleración determinada independientemente de la carga. De acuerdo con el principio de D'Alembert² el par total τ_i a realizar por los actuadores del robot i puede descomponerse en dos pares:

$$\tau_i = \tau_i^{f_{d_i}} + \tau_i^{p_{d_i}} \quad (1)$$

donde $\tau_i^{f_{d_i}}$ es el par necesario para que el elemento terminal del robot ejerza la fuerza adecuada para acelerar el objeto manipulado y $\tau_i^{p_{d_i}}$ es la componente necesaria para acelerar el manipulador sin carga.

Para el cálculo de τ_i se suponen medibles la posición θ_i y la velocidad $\dot{\theta}_i$ de las articulaciones

del robot i . $\tau_i^{f_{d_i}}$ viene dado por

$$\tau_i^{f_{d_i}} = [\mathbf{J}_i(\theta_i)]^T \mathbf{f}_{d_i} \quad (2)$$

donde \mathbf{J}_i es el jacobiano del robot i , y \mathbf{f}_{d_i} es la fuerza deseada sobre el objeto. Para calcular $\tau_i^{p_{d_i}}$ es necesario determinar primero la aceleración angular $\ddot{\theta}_{d_i}$ de las articulaciones correspondiente a la aceleración de consigna $\ddot{\mathbf{p}}_{d_i}$ del objeto:

$$\ddot{\theta}_{d_i} = [\mathbf{J}_i(\theta_i)]^{-1} [\ddot{\mathbf{p}}_{d_i} - \dot{\mathbf{J}}_i(\theta_i) \dot{\theta}_i] \quad (3)$$

y, sustituirla después en el modelo dinámico del manipulador³

$$\tau_i^{p_{d_i}} = (\mathbf{M}_i(\theta_i)) \ddot{\theta}_{d_i} + \mathbf{C}_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) + \mathbf{G}_i(\theta_i) \quad (4)$$

donde \mathbf{M}_i , \mathbf{C}_i y \mathbf{G}_i representan las matrices de inercia, de coriolis-centrípeta y de gravedad.

Una de las principales ventajas de este enfoque es que permite utilizar los grados de libertad de la cadena cinemática cerrada para mejorar las prestaciones del sistema respecto a ciertos criterios predeterminados como la minimización de las fuerzas internas, la minimización de los pares aplicados por cada uno de los robots, y la equidistribución de la carga entre los diferentes robots.

El principal problema de este enfoque es su funcionamiento en lazo abierto, que lo hace poco robusto y muy dependiente de la exactitud de los modelos con que se trabaja. Para obtener un esquema con mayores garantías es necesario introducir lazos de realimentación de posición y fuerza, lo que no resulta trivial ya que el control de estas dos magnitudes está fuertemente acoplado.

*Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto CICYT TAP 93-0415.

Una posible solución es suplir las carencias del control en lazo abierto del sistema multirobot con el diseño de un control de posición del objeto que sea robusto frente a perturbaciones. Uno de los métodos de control considerados más robustos frente a perturbaciones es el control deslizante que, sin embargo, ha sido poco utilizado para controlar sistemas mecánicos debido a que la variable de control puede sufrir variaciones muy bruscas.

En este trabajo se estudia la aplicación del control deslizante a la posición de un objeto sólido movido en el espacio libre por varios robots. Se supondrá que los puntos de sujeción del objeto por los robots están adecuadamente distribuidos a fin de permitir inyectar fuerza en cualquier dirección sobre el centro de masas del objeto.

2 ESTUDIO DEL SISTEMA

El movimiento de un sólido en el espacio está representado por las ecuaciones de Newton-Euler:

$$m \ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_f \quad (5)$$

$$\mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \dot{\boldsymbol{\theta}} \times (\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{f}_n \quad (6)$$

donde m e \mathbf{I} son, respectivamente, la masa y la matriz de inercia del sólido, los vectores \mathbf{p} y $\boldsymbol{\theta}$ representan la posición y orientación del sólido respecto a un sistema de referencia absoluto y \mathbf{f}_f y \mathbf{f}_n corresponden a los vectores fuerza y par aplicados sobre el punto de referencia del objeto. Usualmente, y así se hará en este trabajo, se suele utilizar el centro de masas del objeto como punto de referencia y origen de un sistema de coordenadas fijo en el objeto; de esta forma la matriz de inercia es diagonal \mathbf{I}_c , lo que simplifica notablemente el desarrollo de las ecuaciones anteriores.

Las ecuaciones (5) y (6) se pueden expresar como ecuaciones de estado de la siguiente manera (donde \mathbf{I}_d es la matriz identidad):

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 1)} \\ [\mathbf{I}_c]^{-1} [\dot{\boldsymbol{\theta}} \times \mathbf{I}_c \dot{\boldsymbol{\theta}}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} \\ \frac{1}{m} \mathbf{I}_d(3 \times 3) & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & [\mathbf{I}_c]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_f \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

o de forma más compacta como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{H}\mathbf{f} \quad (8)$$

Las superficies de conmutación seleccionadas vienen representadas por $\mathbf{s} = \mathbf{0}$.

La condición necesaria para que sea posible aplicar un control deslizante en sistemas multi-entrada como el descrito por (8) es que la matriz \mathbf{B} obtenida como

$$\mathbf{B} \triangleq \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \end{pmatrix} \mathbf{H} \quad (9)$$

no sea singular⁴, es decir que

$$\det[\mathbf{B}] \neq 0 \quad (10)$$

Como el sistema (8) es de orden 12 y hay 6 variables de entrada, la matriz $\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}}$ será de dimensión 6×12 ; y la matriz \mathbf{B} será de la forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m} \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{[1,7]} \mathbf{I}_d(3 \times 3) & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{[4,10]} [\mathbf{I}_c]^{-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

donde $\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{[i,j]}$ son las submatrices 3×3 de $\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)$ cuyo primer elemento es el elemento (i, j) de esta última.

De la suposición de que el punto de referencia coincide con el centro de masas del objeto, resulta que \mathbf{I}_c es diagonal y por tanto \mathbf{I}_c^{-1} también lo es; y de la observación de la forma de \mathbf{B} se deduce que si $\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{[1,7]}$ y $\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{[4,10]}$ son diagonales la matriz \mathbf{B} es también diagonal, con la consiguiente simplificación del proceso de diseño del sistema de control.

Como \mathbf{s} es un parámetro de diseño, la forma de $\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{[1,7]}$ y $\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{[4,10]}$ puede seleccionarse adecuadamente. Que estas dos submatrices sean diagonales significa que las superficies de conmutación seleccionadas serán función de la componente de velocidad según a un único grado de libertad. Los elementos de la diagonal de estas dos submatrices deben ser no nulos para que \mathbf{B} cumpla la condición de transversalidad (10).

Todo ello implica que cada superficie depende de la velocidad según un único grado de libertad, aquél que está relacionado con su control.

3 EL CONTROLADOR

En esta sección se describe el proceso seguido para la elaboración del esquema de control propuesto.

El objetivo es obtener un control de forma que dadas una posición inicial y una posición final deseada del objeto en el espacio, éste se desplace de tal manera que el punto de referencia siga una línea recta en el espacio cartesiano y que los grados de libertad de rotación evolucionen independientemente. Esto debe cumplirse sin que se produzcan variaciones de velocidad bruscas en ningún grado de libertad.

Los puntos de una línea recta en el espacio pueden indicarse mediante un parámetro escalar, y por tanto controlando este parámetro se controla el desplazamiento sobre la línea recta. Se reduce así de 6 a 4 el número de grados de libertad a controlar.

Entre los modelos de referencia más utilizados está el de primer orden, que simplifica notablemente el control pero presenta el gran problema de imponer aceleraciones importantes en el instante inicial, cosa poco deseable en los sistemas mecánicos. Un modelo de referencia que presenta un comportamiento más suave tanto en el arranque como en la parada está dado, para cada grado de libertad, por:

$$\dot{y} = -a y e^{-b y^2} \quad (12)$$

Tanto la velocidad máxima como la aceleración inicial son parámetros seleccionados durante el diseño del controlador y por tanto pueden ser adecuadamente elegidos. El principal inconveniente de este modelo de referencia es su complejidad matemática.

La expresión de una recta en coordenadas paramétricas tiene la forma:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \mathbf{v} k \quad (13)$$

La condición de movimiento sobre esta recta impone restricciones sobre la posición y la velocidad que deben ser recogidas por la dinámica de referencia. De los diferentes modelos de referencia analizados el más eficiente ha sido el siguiente:

$$\mathbf{s}_1 : \dot{\mathbf{w}}_1 - \mathbf{v}_1 k + \lambda_1 (\mathbf{w}_1 - \hat{\mathbf{w}}_1(\mathbf{w}_3)) \quad (14)$$

$$\mathbf{s}_2 : \dot{\mathbf{w}}_2 - \mathbf{v}_2 k + \lambda_2 (\mathbf{w}_2 - \hat{\mathbf{w}}_2(\mathbf{w}_3)) \quad (15)$$

$$\mathbf{s}_3 : \dot{\mathbf{w}}_3 - \mathbf{v}_3 k \quad (16)$$

donde λ_1 y λ_2 son dos constantes de proporcionalidad, y $\hat{\mathbf{w}}_1(\mathbf{w}_3)$ y $\hat{\mathbf{w}}_2(\mathbf{w}_3)$ corresponden a las posiciones que deberían ocupar los grados de libertad \mathbf{w}_1 y \mathbf{w}_2 según la ecuación de la recta fijado el valor de \mathbf{w}_3 . En las ecuaciones anteriores k es la forma:

$$k = -a l e^{-b l^2} \quad (17)$$

con

$$l = \frac{\sum_{i=1}^3 (\mathbf{w}_{d_i} - \mathbf{w}_i)}{\sum_{i=1}^3 v_i} \quad (18)$$

En el caso de que el sistema se halle sobre la recta de referencia l es una medida de distancia normalizada, mientras que en el caso de hallarnos fuera se convierte en una pseudo-distancia normalizada. Esto

combinado con (17) hace que se evolucine sobre la recta de acuerdo con la dinámica descrita en (12).

Este modelo de referencia combina un control global de la velocidad con un control local de la posición. Cabe destacar también que en el momento inicial se parte de la superficie de deslizamiento lo que facilitará la labor del sistema de control.

Finalmente sólo resta determinar la forma exacta del control a aplicar. Entre los diferentes métodos propuestos para determinar la entrada de control⁵, se ha optado por el enfoque basado en el control del modo de aproximación a la superficie de deslizamiento. Se ha descartado el resto de los métodos ya que suelen generar variaciones bruscas de la variable de control. El modo de aproximación se selecciona de forma que se minimizen las oscilaciones de la variable de control y el *chattering*. Una ley que consigue este efecto es:

$$\frac{ds}{dt} = -\eta s \quad (19)$$

donde η es un escalar que regula la velocidad de convergencia hacia la superficie. Los principales problemas de esta ley de convergencia son que nunca se llega a alcanzar la superficie y que en el momento inicial s puede sufrir una variación brusca. Pese a estos inconvenientes la experimentación realizada ha mostrado que si la constante de tiempo de la ley de convergencia es bastante menor que la del modelo de referencia los resultados son adecuados. La determinación de otro tipo de ley que garantice la convergencia en tiempo finito además de variaciones suaves de s es uno de los campos en que se sigue investigando.

4 RESULTADOS

En las figuras 1 y 2 se muestra la evolución seguida por el centro de masas de un objeto rectangular de masa 1 kg, y dimensiones $2 \times 15 \times 50$ cm, que estando en reposo en la posición $(4, 3, -6)$ y orientación $(0, 1, -7)$ es desplazado hasta la posición $(10, 5, 10)$ y orientación $(-10, 10, 5)$ de consigna. Las figuras 3 y 4 muestran las fuerzas y momentos aplicados por los robots para hacer posible este movimiento.

En la simulación presentada se han considerado como perturbaciones la gravedad y el rozamiento en cada uno de los ejes (diferente en cada uno de ellos).

Obsérvese que los resultados de la simulación son los esperados, tanto en suave variación de las variables de control como en la estabilidad del sistema. El principal problema se presenta en el tiempo necesario para llegar al destino, especialmente en aquellos ejes en que el rozamiento es

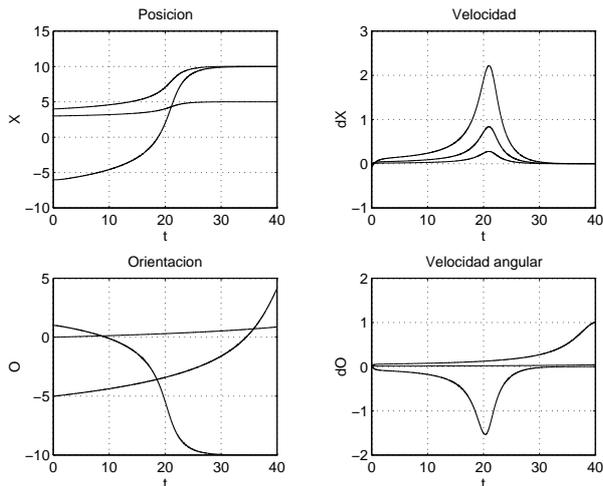


Figura 1: Evolución de la posición, orientación y sus velocidades respectivas

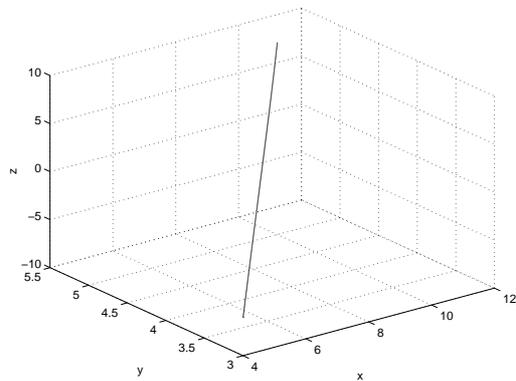


Figura 2: Evolución de la posición en 3D

importante, ello es debido a la falta de una referencia temporal en el sistema de control.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto un esquema de control deslizante que permite controlar la posición en el espacio de un sólido manipulado cooperativamente por varios robots. Las características del sistema de control son apropiadas para su utilización en sistemas mecánicos y, en especial, en entornos multi-robot. El esquema desarrollado representa un compromiso entre la robustez del control deslizante y la variación brusca de la variable de control.

Finalmente cabe mencionar que temas como la mejora de la ley de convergencia hacia la superficie o la obtención de modelos de referencia más simples están actualmente en estudio.

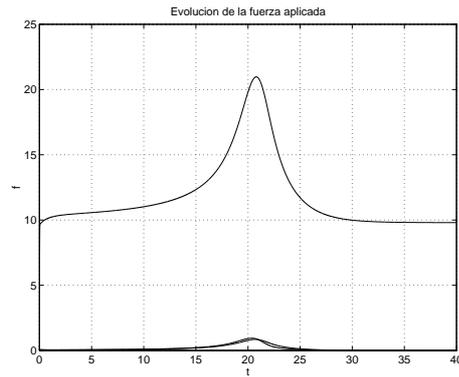


Figura 3: Evolución de la fuerza aplicada

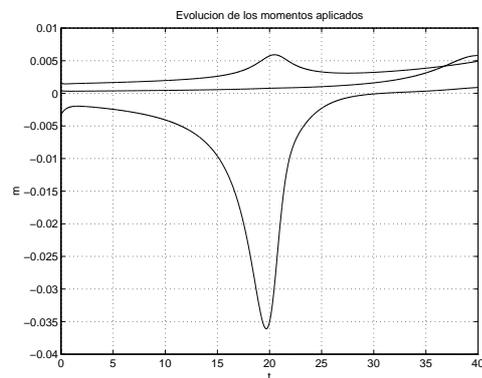


Figura 4: Evolución de los momentos aplicados

REFERENCIAS

- [1] S.A. Schneider and R.H. Cannon, Jr., "Object impedance control for control for cooperative manipulation: Theory and experimental results", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8 (3), 383-394, June 1992.
- [2] L. Meirovitch., *Methods Of Analytical Dynamics, Series In Advanced Engineering. Mc Graw-Hill, classic textbook reissue series edition*, 1988.
- [3] J.J. Craig., *Introduction to Robotics, Mechanics Control*, Addison Wesley, 1986.
- [4] H. Sira-Ramirez., *Differential geometric methods in variable-structure control. Int. J. Control*, 48 (4), 1359-1390, 1988.
- [5] J.Y. Hung, W. Gao, and J.C. Hung., *Variable structure control : A survey, IEEE Transactions On Industrial Electronics*, 40 (1), 2-22, 1993.