COORDINACIÓN DE MÚLTIPLES ROBOTS QUE EJECUTAN TAREAS CON INCERTIDUMBRE TEMPORAL

Gustavo Raush y Raúl Suárez

Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales
Universidad Politécnica de Cataluña - Av. Diagonal 647, Pla. 11, 08028 Barcelona - España
e-mails: {raush,suarez}@ioc.upc.es

RESUMEN

Este trabajo analiza y propone una solución al problema de coordinar múltiples robots, que desarrollan tareas programadas de manera independiente, compartiendo el espacio de trabajo. Se propone un método eficiente para restablecer en tiempo real la pérdida de la coordinación debido a la incertidumbre temporal en la ejecución de las tareas. El método propuesto parte del conocimiento de los caminos geométricos y los perfiles de velocidad iniciales, de cada robot. La coordinación se restablece a partir de modificaciones hechas sobre los perfiles de velocidad sin alterar el camino geométrico, introduciendo los retardos necesarios en una forma controlada.

Palabras clave: coordinación, múltiples robots, incertidumbre temporal

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos CICYT TAP98-0471 y TAP96-0868

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo trata sobre la coordinación de múltiples robots que realizan tareas independientes pero comparten su espacio de trabajo. El problema de la coordinación puede ser analizado y resuelto fuera de línea cuando los movimientos de los robots (la geometría del camino y la evolución temporal) se determinan antes de la ejecución. Si existe incertidumbre en la evolución temporal de la tarea se deberá tomar algún tipo de decisión para evitar una posible colisión entre los robots. Como ejemplos de tareas con incertidumbre temporal se puede citar el caso de un robot que debe esperar (en algún punto del camino) la provisión de piezas por parte de un alimentador con un flujo de transporte variable o el caso de un robot que realiza tareas de ensamblado cuya duración depende de las tolerancias de las partes y del proceso de acomodación.

Este artículo describe un método para obtener la coordinación en tiempo real de una celda multirobots donde las tareas son ejecutadas con incertidumbre temporal. El trabajo se desarrolló considerando una celda compuesta por dos robots y las siguientes premisas: los caminos geométricos de cada robot se planificaron en forma independiente, los robots no colisionan en las posiciones iniciales, sus tareas no prevén detenciones sobre el camino del otro robot, la velocidad para cada punto no debe exceder nunca los límites planificados (la planificación inicial es óptima). El objetivo del trabajo es mantener coordinados ambos robots a partir de la replanificación de los perfiles de velocidad, sin establecer prioridades jerárquicas entre ellos, usando los mínimos retardos requeridos.

2. ENFOQUES ANTERIORES

En los trabajos previos se pueden encontrar diferentes enfoques de coordinación clasificados dentro de las siguientes dos grandes categorías: métodos acoplados y métodos desacoplados. Los métodos acoplados (o centralizados) (1), enfocan el problema de una manera global. La trayectoria de cada robot se determina conjuntamente con la de los demás robots, tratando al conjunto como un único problema de dimensión igual a la suma de los grados de libertad de cada robot. Las herramientas más utilizadas son el Espacio de Configuraciones (C-Space) (2) y el Espacio de Configuraciones-Tiempo (1). En general, estos métodos son completos pero su complejidad crece exponencialmente con la dimensión de los espacios creados, haciéndose difícil el tratamiento en tiempo real de la incertidumbre temporal. La búsqueda de los caminos dentro de estos espacios se hace usando potenciales artificiales (3). Barraquand et. al. (4,5) describen procedimientos numéricos que usan estos métodos dentro del C-space. Los métodos acoplados son poco útiles para coordinar robots en tiempo real debido a la alta complejidad computacional que presentan.

Por el contrario, los métodos desacoplados se valen de la división del problema global en sub-problemas de menor complejidad individual. Primero, la trayectoria de cada robot se calcula de manera independiente. Segundo, se ajustan las velocidades de cada robot con el fin de evitar las colisiones. Los métodos desacoplados son una atractiva metodología para lograr la coordinación en tiempo real. Lee and Lee (6) modifican el perfil de velocidades inicial de uno de los robots con sucesivos ciclos de frenado y aceleración. Otra alternativa es aplicar retardos puros en el inicio de la tarea de alguno de ellos (7,8) equivaliendo al desplazamiento de los perfiles originales a lo largo del tiempo. Los métodos desacoplados son menos complejos pero adolecen del problema de no ser completos, pudiéndose dar el caso de que no puedan solucionar el problema de la coordinación.

En la práctica, un robot tiene al menos un punto donde se detiene (velocidad nula o cuasi nula) entre el inicio y el final de la tarea. Lee et. al. (9) resalta la existencia de estos puntos con velocidad nula dentro del camino seguido durante la tarea, llamandolos puntos estación. Luego de cada punto estación se inicia una etapa con velocidad distinta de cero, la cual acaba en otro punto estación, y así sucesivamente hasta acabar la tarea. En (9) el restablecimiento de la coordinación se logra a partir de la aplicación de retardos puros en los inicios de cada etapa de velocidad no nula usando el algoritmo descrito en (7), este procedimiento retrasa un robot respecto del otro, sin embargo no se contempla la existencia de la incertidumbre temporal como factor de perdida de sincronización entre las tareas de ambos robots.

3. CONCEPTOS BÁSICOS

3.1 ESPACIO DE COORDINACIÓN Y ELEMENTOS AFINES

Considerando dos robots R_i $i \in \{1,2\}$ con el espacio de trabajo común y con trayectorias programadas de manera independiente, es decir $q_i(t)$ dado, siendo q_i la configuración de R_i, el camino de cada robot se puede expresar como $q_i(s_i)$ donde s_i $(0 \leq s_i \leq 1)$ indica la fracción de camino recorrido. Para describir el método propuesto se usarán las siguientes definiciones:

Definición 1: *Espacio de Coordinación, CS,* es el espacio definido por el par ordenado (s_1,s_2) ▪

Definición 2: *Región de Colisiones, CR*, es la región en *CS* compuesta por los puntos que representan las situaciones de colisión dentro del espacio físico ▪

Dependiendo de las condiciones del problema, *CR* puede estar compuesta por subconjuntos no conexos de puntos de colisión. El cálculo de la *CR* es uno de los puntos débiles del enfoque propuesto con los métodos desacoplados. En la práctica *CS* es muestreado en un conjunto finito de puntos y se realiza un test de detección de colisiones para cada uno de ellos. Por último, la *CR* (formada por un conjunto discreto de puntos de *CS*) es aproximada por un "convex hull". La formulación analítica de la *CS* solamente es posible en casos particulares (10) y en general se halla de manera aproximada.

Definición 3: *Envolvente de la Región de Colisión, CRE*, es un rectángulo en *CS* definido por el mínimo y el máximo valor de s_1 y s_2 de un conjunto conexo de puntos de *CR*. ▪

Los puntos extremos de la diagonal de la *CRE* con pendiente negativa serán llamados puntos de escape, *e.*

Definición 4: Curva de Coordinación, *CC*, es una curva continua en *CS* que describe el movimiento relativo entre los robots.▪

Una *CC* que no cruza a través de la *CRE* será llamada *Curva de Coordinación Libre de Colisiones,* CC_F , de lo contrario será una *Curva de Coordinación con Colisiones,* CC_C.
En este trabajo se asume que ambos robots no se les está permitido retroceder, es decir $ds_2/ds_1 \geq 0 \ \forall (s_1,s_2) \in CC$. La Figura 1 ilustra estos conceptos.

Definición 5: *Curvas de Coordinación Básicas, CCS*, es el conjunto de curvas *CC* determinado por la aplicación de distintos retardos puros τ_1 y τ_2 en los inicios de tareas de R_1 y R_2.▪

Una curva $CC \in CCS$ está compuesta por los pares ordenados de puntos $s=(s_1(t-\tau_1),s_2(t-\tau_2))$, y puede caracterizarse por el parámetro $k=\tau_1-\tau_2$ siendo representada por CC_k. $|k|$ indica el retardo relativo de la tarea de un robot respecto de la del otro y *sign(k)* indica que robot se encuentra retrasado.

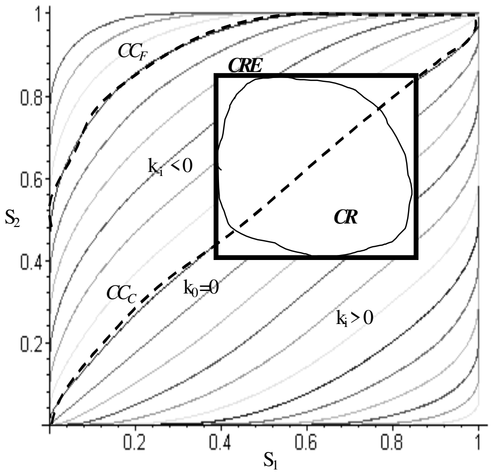


Fig 1: Región de colisiones, su envolvente y el conjunto de curvas de coordinación básico.

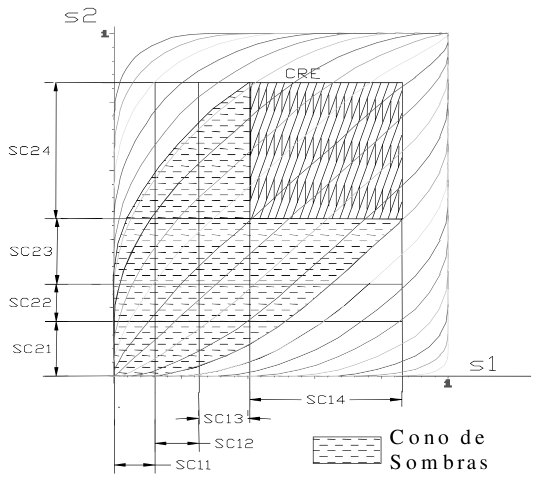


Fig 2: Representación del cono de sombras y las secciones en que se descomponen las tareas de ambos robots.

Definición 6: *Cono de Sombras, SC*, es una región de *CS* cubierta por las curvas $CC_C \in CCS$ que se inician en un punto donde al menos una coordenada $s_i=0$ y terminan en una *CRE* (la Figura 2 ilustra un *SC*).▪

3.2 DESCOMPOSICIÓN DEL ESPACIO DE COORDINACIÓN *CS* EN CELDAS

En general, las tareas desarrolladas por los robots pueden ser divididas en dos partes: unas en las que se realizan con velocidades y desplazamientos despreciables, ZVT (Zero Velocity Track) (ej.: tareas de aprehensión o ensamblados) y otras, en donde la velocidad (y el desplazamiento) es importante, NVZT (Non-Zero Velocity Track).

Una ZVT puede no tener un tiempo de tarea fijo y su duración puede estar sujeta a las incertidumbres propias de la ejecución de la tarea. En el enfoque planteado la incertidumbre temporal aparece en una ZVT.

Propiedad: Sea s_{iZ} una configuración de R_i donde $\dot{q}_i(s_{iZ})=0$ $\forall(i \in \{1,2\})$ las curvas $CC \in CCS$ que no pasan por el punto (s_{1Z},s_{2Z}) son tangentes a la línea definida por $s_1=s_{1Z}$ o $s_2=s_{2Z}$.▪

Las líneas definidas por $s_i=s_{iZ}$ determinan una celda rectangular en *CS* en cuyo interior las velocidades de los robots son distintas de cero. Ambos robots sólo tendrán velocidades nulas en el contorno de cada celda rectangular.

En adelante, solo se tratarán los problemas de coordinación dentro de una celda *CS*, sin que por ello pierdan validez las definiciones de *CC*, *CRE* y *SC*.

3.3 Modelado de la incertidumbre temporal

Las tareas desarrolladas por el robot en una ZVT dependen de factores como la incertidumbre de la piezas o la espera de otros dispositivos, por ejemplo alimentadores cuyo flujo de transporte no necesariamente es regular. Por lo tanto, se satisfacen las siguientes condiciones:

1) s sigue una curva CC_k dentro de una celda.
2) si $s \in CC_k$ en la celda previa entonces s puede:
   a) entrar dentro de una nueva celda siguiendo la misma CC_k
   b) dejar la CC_k siguiendo por el contorno de la celda, y entrar en la nueva celda siguiendo una $CC_{k'}$ con:
      $k' \geq k$, si R_2 se retrasa respecto a R_1.
      $k' \leq k$, si R_1 se retrasa respecto a R_2.

Así, la coordinación de los robots equivale a buscar una curva *CC* que evite la *CRE* ($CC \in CC_F$) dentro de cada celda rectangular.

3.4 DESCOMPOSICIÓN DEL CAMINO GEOMÉTRICO

En las siguientes definiciones se asume que los robots tienen la aceleración limitada, $a_{min} \leq a_i \leq a_{max}$, siendo a_{max} la máxima aceleración de recuperación y a_{min} la máxima desaceleración de frenado.

Definición 7: *Zona de Frenado,* F_i *,* es la mínima distancia previa a un punto s_i^* que permite pasar de la velocidad que se lleva a estar totalmente detenido en s_i^*. ▪

Definición 8: *Zona de Frenado-Recuperación,* FR_i , es la mínima longitud de camino anterior a un punto s_i^* que permite frenar totalmente desde la velocidad que se lleve y volver a acelerar hasta alcanzar la velocidad nominal del punto s_i^*. ▪

Definición 9: *Pre-zona de Frenado,* $Pre\text{-}F_i$ *,* es la longitud de camino definida a partir de la diferencia $Pre\text{-}F_i = \{x / x \in FR_i \backslash F_i\}$ (el símbolo \ representa la operación diferencia entre conjuntos). ▪

3.5 SEGMENTACIÓN DEL *SC*

El conjunto $C\text{-}Set_i = \{ FR_i, CRE_i \}$ contiene las partes del camino del robot con interés para el desarrollo del algoritmo de coordinación propuesto. CRE_i es la proyección del *CRE* en s_i para $i \in \{1,2\}$.

A partir de la composición cartesiana $C\text{-}Set_i \times C\text{-}Set_j$ el *SC* se descompone en las distintas zonas apuntadas en la Figura 2. Cada una de estas zonas ayudarán a aplicar un criterio diferente con la finalidad de evitar la colisión y a restablecer la coordinación entre robots. La correspondencia entre las zonas y regiones demarcadas en la Figura 2 son: $Pre\text{-}FZ_i \equiv SC_{i2}$; $F_i \equiv SC_{i3}$; $CRE_i \equiv SC_{i4}$; $FR_i \equiv SC_{i2} + SC_{i3}$.

4. METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EVITAR COLISIONES ENTRE ROBOTS

La coordinación entre robots puede perdese debido a la incertidumbre temporal en los puntos ZVT. Cada vez que uno de los robots finaliza una ZVT, y el otro se encuentra realizando una NZVT, se inicia el recorrido de $CC_k \in CCS$. Si se verifica $CC_k \subset SC$ se sabe que se producirá una colisión. El *SC* tiene dos puntos de escape (e_1 y e_2) y el conjunto de *CC* que pasa por ellos rodea la *CRE* evitando la colisión entre los robots. La coordinación se recupera introduciendo un cambio en el perfil de velocidades inicial de alguno de los robots. Este cambio implica penalizar la tarea de uno de ellos con la introducción de un retardo en el tiempo de ejecución. Este método no debe ser confundido con método de *time schedulling* propuesto por Lee y Lee (6). Según cual es el e_i elegido para rodear *CR* se penaliza uno u otro robot con una magnitud del retardo determinada. La elección de e_i se hace bajo los siguientes criterios:

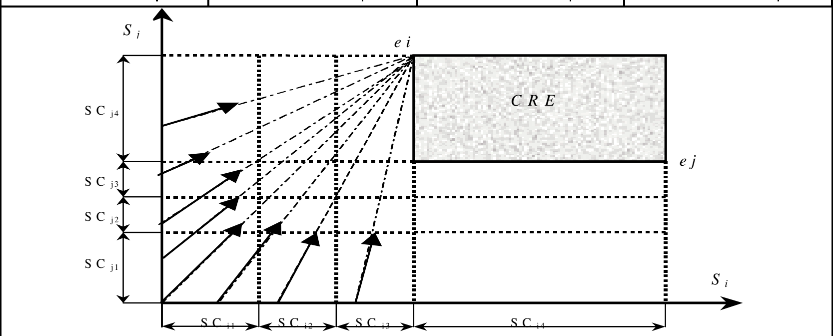
- Minimización del desfasaje entre robots $\sum\Delta\tau_i = |\tau_1 - \tau_2|$.
- Minimización del retardo $\Delta\tau_i$ para $i\in\{1,2\}$ introducido para el robot con más prioridad.

De acuerdo a lo dicho, la coordinación se restablece pasando de una curva $CC_k\in CC_c$ a otra que pase por e_1 o e_2. La Tabla 1 refleja las acciones a tomar para restablecer la coordinación según el punto de escape elegido, así como, el tipo de resultado que se puede obtener.

El retardo que se aplica al robot elegido puede ser de dos tipo: *Limitado, LD* si el robot no tiene el camino suficiente para detenerse completamente antes de haber llegado a la *CRE*, o *No-Limitado No-LD,* en el caso contrario. Puede darse la situación de que el retardo requerido es mayor que la cota máxima que limita el retardo obtenible, en ese caso no existe solución, *No Solución.*

La coordinación también se pueden clasificar como *Completa* si se llega al punto *e* con la velocidad planeada inicialmente y será *Incompleta* si solamente se evita la colisión pero la velocidad en el punto *e* está por debajo de la planeada. En tal caso, la velocidad planeada se alcanzará sobre un punto del camino posterior al *e* elegido. En este trabajo sólo se analiza el caso *Completo*, dejando para futuros trabajos el análisis del caso *Incompleto*.

Tabla 1: *Nomenclatura usada:* Non-LD: Retardo no limitado; LD, Retardo limitado; C, Completo; I, Incompleto donde $\forall\ i,j \in \{1,2\}$; *con* $i \neq j$.

e_i	SC_{j0}		SC_{j1}		SC_{j2}		SC_{j3}		SC_{j4}	
SC_{i0}	Slowdown(R_i) Non-LD	C	Slowdown(R_i) Non-LD	C	Slowdown(R_i) Non-LD	C	Slowdown(R_i) Non-LD	C	Slowdown(R_i) Non-LD	C
SC_{i1}	Slowdown(R_i) Non-LD	C								
SC_{i2}	Slowdown(R_i) Non-LD	C / I								
SC_{i3}	Slowdown(R_i) LD	C / I								
	No Solution									
SC_{i4}	Not Applicable									

Observación: si R_i y R_j ejecutan tareas *NZVT*, no se contempla la posibilidad de que se produzcan cambios por incertidumbre temporal en el plan inicial.

6. Métodos de modificación de los perfiles de velocidad

6.1 Conceptos Básicos generales

La velocidad inicial sobre el camino geométrico es una función temporal obtenida cuando se planifica la trayectoria de cada robot. Las secciones de perfiles de velocidad iniciales que se modifiquen para conseguir la coordinación serán los llamados perfiles *parches*. Cualquier función temporal que cumpla con las características que se describen a continuación podrá ser considerada como perfil parche. Las características necesarias son: evitar la colisión introduciendo el mínimo retardo requerido, recuperar la velocidad planeada depués de haber evitado la colisión (recoordinación a partir del seguimiento de una $CC_{k'}$ distinta de la inicial).

Las limitaciones en la aceleración introducen restricciones en los perfiles parches, cuya forma dependerá del tipo de función temporal que describe la aceleración. Los perfiles parches extremos son aquellos que corresponden a los casos particulares de las aceleraciones límites máxima y mínima. Las funciones lineales por tramos constituyen una familia atractiva de curvas para la construcción de los perfiles parches debido a que las funciones temporales que describen las aceleraciones son funciones tipo escaleras con saltos de altura variables.

Para garantizar la continuidad temporal del nuevo perfil, los segmentos que lo constituyen estarán unidos por puntos definidos a priori. La posibilidad de hacer un ajuste de la posición de estos puntos permite generar perfiles adaptables a las restricciones del problema de coordinación. Cada uno de los puntos de unión de los tramos lineales será denominados punto de cruce C_p. Para que el nuevo perfil pueda ser seguido por el robot (limitaciones en la dinámica) es importante delimitar la región del espacio que contiene los C_p admisibles. Esta región del espacio velocidad-tiempo será llamada L_{CP} y permitirá modificar el perfil de velocidades original en tiempo real.

Los nuevos perfiles se diseñan escogiendo un $C_P \in L_{CP}$ que cumple con las condiciones iniciales impuestas por la tarea del otro robot y por las posiciones y velocidades que ambos robots tienen dentro de la tarea al momento de retomar la coordinación. Aquí sólo se consideran perfiles parches compuestos de dos o tres secciones lineales, cada una correspondiente a una etapa de frenado (pérdida de velocidad), una etapa de detención total (que puede existir o no) y una de aceleración para recuperar la velocidad inicial.

Si el retardo necesario es mayor que un cierto límite se necesitará que el robot permanezca parado esperando a que la tarea del otro evolucione. Si por el contrario, se necesitan retardos pequeños, bastará con la desaceleración y la aceleración, sin llegar a la detención total.

Tal como se describe en la Tabla 1, según cual sea el punto de escape elegido se modificará el perfil de uno u otro robot. Puede ocurrir que:

- Caso 1: se penaliza el robot que inicia una tarea NZVT (punto de transición entre la ZVT y NZVT). Este caso se aplica a todas las situaciones SC_{i0} (primera fila) de la Tabla 1.
- Caso 2: se penaliza el robot que se encuentra ejecutando la NZVT. En este caso el robot tiene una velocidad no nula. Aplicable a las situaciones de la Tabla 1 no contemplados por el Caso 1. Pueden darse dos subcasos:
  - Sub-Caso 2A: el robot necesita de la detención total.
  - Sub-Caso 2B: basta una reducción de velocidad seguida de una aceleración para la recuperación de la velocidad original.

Las descripciones de las soluciones para los casos mencionados se hace asumiendo que:

- El robot con prioridad de ejecución R_j, ejecuta el plan inicial sin cambios,
- Las aceleraciones a_i^* usadas en el cambio de perfiles cumple con $a_{i,min} \le a_i^* \le a_{i,max}$ y $\dot{a}_i^* = 0$.
- Para cada posición s_i se conoce el perfil de velocidades del plan inicial $v_i = \wp(s_i)$.
- La evolución temporal de la longitud del camino recorrido $s_i = s(t)$ es conocida, al igual que sus funciones inversas $t_i = s^{-1}(s_i)$ de los robot R_i y R_j.

6.2 Solución Caso 1

Datos de partida conocidos:

posiciones: $s_{id} = 0$, s_{ie} , s_{jd} , s_{je}

velocidades: $v_{id} = 0$, $v_{ie} = \wp_i(s_{ie})$, $v_{jd} = \wp(s_{jd})$, $v_{je} = \wp_j(s_{je})$, siendo $\wp_i$ y $\wp_j$ los perfiles de velocidad de R_i y R_j.

Tiempos: $t_{je} = s^{-1}(s_{je})$; $t_{jd} = s^{-1}(s_{jd})$

Problema: Obtener $v_i^*(t)$ | $\{v_i^*(0)=0,\ v_i^*(t_{ie})=v_{ie}\}$ tal que $\int_0^{t_{ie}} v_i^* \cdot dt = s_{ie}$ siendo $t_{ie}=(t_{je}-t_{jd})$.

El perfil de velocidades se compone de dos segmentos rectos desde el punto origen al punto V_{ie} unidos por el punto intermedio C_P , Figura 3. L_{CP} está formada por un segmento de recta vertical que pasa por el punto definido por la intersección la extremal de velocidad correspondiente a la aceleración $a_{i,max}$ que pasa por V_{ie}. La posición de C_P se determina aplicando las condiciones iniciales del problema de forma que el área encerrada por el nuevo perfil sea igual a la longitud del camino por recorrer s_{ie} . Con C_P conocido se evaluan las aceleraciones a_{i1} y a_{i2} correspondientes a cada uno de los tramos que forman el nuevo perfil parche. La integración temporal de a_{i1} y a_{i2} permite conocer la forma del nuevo perfil de velocidades entre el origen y el t_{ie}. El perfil resultante introduce el mínimo retardo requerido para evitar la colisión entre los robots y al mismo tiempo llega al punto de sincronización elegido sobre el *CS* con la velocidad planeada inicialmente.

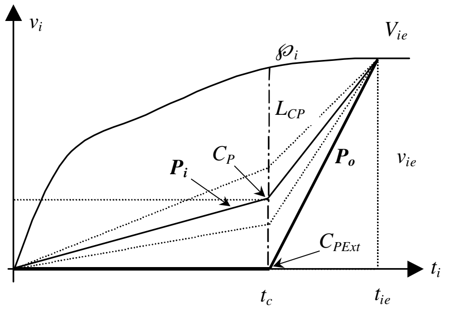


Figura 3: Modificación del perfil en el Caso 1

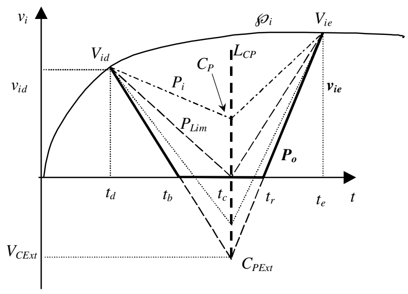


Figura 4: Modificación del perfil en el Caso 2

6.3 Solución Caso 2

Datos de partida conocidos:

posiciones: s_{id}, s_{ie} , $s_{jd} = 0$, s_{je} , $\Delta s_i = s_{ie} - s_{id}$.

velocidades: $v_{id} = \wp_i(s_{id})$, $v_{je} = \wp_j(s_{je})$, $v_{jd} = 0$, $v_{je} = \wp_j(s_{je})$, siendo $\wp_i$ y $\wp_j$ los perfiles de velocidad de R_i y R_j.

Tiempos: ; $t_{id} = s^{-1}(s_{id})$; $t_{je} = s^{-1}(s_{je})$; $t_{jd} = s^{-1}(s_{jd})$

Problema: Obtener $v_i^*(t)$ | $\{v_i^*(t_{id}) = v_{id}, v_i^*(t_{ie})=v_{ie}\}$ tal que $\int_{t_{id}}^{t_{ie}} v_i^* \cdot dt = s_{ie} - s_{id}$ siendo $t_{ie} = [(t_{je}-t_{jd})+t_{id}]$.

L_{CP} es el segmento de recta vertical que pasa por el punto C_{PExt} cuya posición es la solución del sistema de ecuaciones formado a partir de los perfiles de velocidad extremales correspondientes a a_{min} y a_{max} que pasan por los puntos de V_{id} y V_{ie} del perfil temporal de velocidades, Figura 4. Del análisis de esta solución se deduce que si C_{PExt} pertenece al semiplano negativo de las velocidades existe la posibilidad de que el robot quede detenido, y en consecuencia puede aplicarse un retardo infinito (Sub-Caso 2A).

El perfil resultante consta de tres tramos para el Sub-Caso 2A y sólo dos tramos para el Sub-Caso 2B. La existencia de uno u otro subcaso la fija la mínima longitud de camino s_{lm} que necesita el robot para llegar a la velocidad cero y volver a recuperar la velocidad planeada correspondiente a la posición ocupada en ese instante. s_{lm} se corresponde con el área encerrada entre el perfíl P_{lm} y el eje temporal, (Figura 4). El siguiente criterio establece cual de los subcasos se debe aplicar.

- Si $\Delta s_i < s_{lm}$ entonces obtener el perfil mediante la solución del Sub-Caso 2A (el robot se detiene).
- Si $\Delta s_i \geq s_{lm}$ entonces obtener la solución por medio del Sub-Caso 2B (basta sólo la reducción de la velocidad, no habrá detención).

6.3.a Sub-Caso 2A

El perfil se compone de tres segmentos:

- Tramo 1: frenado, t_{ib} - t_{id} , con aceleración a_{ib}
- Tramo 2: espera, t_{ir} - t_{ib}
- Tramo 3: aceleración, t_{ie} - t_{ir} , a_{ir}

Las aceleraciones del tramo 1 y 3 respectivamente (a_{ib} y a_{ir}) se obtienen a partir de la solución de un sistemas de rectas que cumplen con las condiciones de integral de área igual a la longitud del camino Δs_i . Esto define la posición de $C_P \in L_{CP}$ (similar al Caso 1).

6.3.b Sub-Caso 2B

El nuevo perfil solo consta de dos segmentos:

- Tramo 1: frenado, t_{ic} - t_{id} , a_{ib}
- Tramo 2: aceleración, t_{ie} - t_{ic} , a_{ir}

El segmento de frenado, con una duración t_{jc}-t_{jd} y una desaceleración a_{jb} , va seguido del segmento de recuperación de duración t_{je}-t_{jc} con una aceleración a_{jr} .

7. CONCLUSIONES

La metodología presentada tiene varias ventajas respecto a trabajos anteriores a la hora de restablecer la coordinación en tiempo real. Las ventajas a destacar son:

- Factibilidad de alterar las formas de los perfiles de velocidad iniciales en tiempo real conforme a los retardo que se requieren, calculados en tiempo de ejecución.

- Métodos de coordinación donde ninguno de los robots tiene una prioridad global dentro del conjunto que forma la celda.

8. REFERENCIAS

1. **Latombe, J.-C. (1991).** *Robot Motion Planning*.
2. **Lozano-Pérez T., (1983).** Spatial Planning: A Configuration Space Approach, *IEEE Transaction on Computers*, Vol. C-32 (2) pp. 108-120.
3. **Khatib O. (1986**). Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots*, The Inter. Journal of Robotics Research*, Vol. 5 (1), pp. 90-98
4. **Barraquand J. and Latombe J.-C. (1991),** Robot Motion Planning: A Distributed Representation Approach, *The Int. Journal of Robotics Research*, Vol 10 (6) pp 628-649
5. **Barraquand J., Langlois. B. and Latombe J.-C. (1992),** Numerical Potential Field Techniques for Robot Path Planning, *IEEE Trans. on Sys., Man and Cybernetics*, Vol 22 (2) pp 224-241
6. **Lee, B. H. and Lee, C. S. G. (1987).** Collision-Free Motion Planning of Two Robots, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol SMC-17 (1), pp 21-32.
7. **Bien Z. and Lee J. (1992).** A Minimum-Time Trajectory Planning Method for Two Robots, *IEEE Transaction on Robotics and Automotion*, Vol. 8 (3), pp. 414-418.
8. **Chang C., Chung M. J. and Lee B. H. (1994).** Collision Avoidance of Two General Robot Manipulators by Minimum Delay Time, *IEEE Trans. on Sys. Man and Cybernetics*, Volume 24 (3), pp. 517-522
9. **Lee J., Nam H. S. and Lyou J. (1995).** A Practical Collision-Free Trajectory Planning for Two Robot Systems, *Proc. IEEE Int. Conf. on Rob. and Autom.*, pp 2439-2444.
10. **ten Brink C. and Popovic D. (1996).** A Collision-Space Approach to Trajectory Planning of Coordinated Robots, *IFAC 13th Triennial World Congress*, Vol. 1, pp. 205-210.